ارزیابی عملکرد متریک لگاریتمی-اقلیدسی در ناحیه بندی تصاویر تانسور انتشار

مصطفی چرمی'، علی محلوجی فر'*

۱- دانشجوی دکتری تخصصی مهندسی پزشکی، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

۲- دانشیار گروه مهندسی پزشکی، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

اریخ پذیرش مقاله: ۸۹/۳/۵	ï	تاریخ دریافت: ۸۸/۱۲/۱۸	
	چکیدہ		

مقدمه: تعریف مناسب معیار فاصله بین تانسورهای انتشار تاثیر عمیقی روی نتایج بخش بندی تصاویر تانسور انتشار دارد. در این میان، متریک ژئودزیک بهترین معیار فاصله از لحاظ کیفیت نتایج حاصله می باشد. اما مشکل عمده متریک ژئودزیک، هزینه بالای محاسباتی الگوریتم ناحیه بندی توسعه یافته براساس آن می باشد. هدف اصلی این مقاله، ارزیابی امکان جایگزینی متریک ژئودزیک با متریک جدید لگاریتمی-اقلیدسی به منظور کاهش هزینه محاسباتی الگوریتم ناحیه بندی نمو سطح آماری می باشد.

مواد و روشها: ما متریک لگاریتمی⊣قلیدسی را در قالب الگوریتم نمو سطح آماری قرار دادیم. بدین منظور توزیع گوسی و اندازه گرادیان در تصویر تانسور انتشار با متریک لگاریتمی-اقلیدسی تعریف شدند. تحقق عددی الگوریتم ناحیه بندی با استفاده از تکنیکهای تفاضل محدود در محیط نرم افزار مطلب صورت گرفت.

نتایج: متریک لگاریتمی-اقلیدسی در چارچوب الگوریتم نمو سطح آماری، الگوهای چنبره و مارپیچ در داده سنتز و رشته اعصاب نخاع موش در داده فانتوم بیولوژیکی را بهتر از متریکهای اقلیدسی و واگرایی-جی و مشابه با متریک ژئودزیک از پس زمینه جدا نمود. اما، مزیت عمده متریک لگاریتمی-اقلیدسی نسبت به متریک ژئودزیک، کاهش چشمگیر هزینه محاسباتی الگوریتم ناحیه بندی دست کم به نسبت ۷۰ بود.

بحث و نتیجه گیری: نتایج کیفی و کمی تحقیق نشان داد متریک لگاریتمی-اقلیدسی جایگزین مناسبی برای متریک ژئودزیک در بخش بندی تصاویر تانسور انتشار با الگوریتم نمو سطح آماری می باشد. (مجله فیزیک پزشکی ایران، دوره ۷، شماره ۱، پیاپی (۲۲)، تابستان ۸۹، ۳۹–۲۱)

واژگان كليدى: تصاوير تانسور انتشار، ناحيه بندى، متريك لگاريتمى-اقليدسى، فانتوم بيولوژيكى

^{*} نویسنده مسؤول: علی محلوجی فر آدرس: گروه مهندسی پزشکی، دانشکده برق و مهندسی کامپیوتر، دانشگاه تربیت مدرس. تهران. mahlooji@modares.ac.ir

تلفن: ۸۲۸۸۳۳۰۴– (۲۱) ۹+

۱- مقدمه

تصويربردارى تشديد مغناطيسي تانسور انتشار، ابزار جدیدی است که به صورت غیر تهاجمی از بافتهای بيولوژيكي ساختارمند همانند مغز، قلب، چشم، كبد، كليه، ماهیچه، و غیره تصویر آناتومیکی ارایه می نماید. در واقع، ارائه تصویر ساختاری از ماده سفید مغز انسان، امکان مطالعه پیچیده ترین و ناشناخته ترین بافت بدن در شرایط بیماری و سلامت را فراهم کرده است. رشد مغز[۱]، اثرات افزایش سن بر روی مغز [۲]، شبکه های کارکردی-ساختاری مغزی[۳]، ساختار تالاموس[٤] و کلافهای فیبری مختلف مغز[٥] از روی تصاویر تشدید مغناطیسی تانسور انتشار مورد مطالعه قرار گرفته اند. خصوصاً، تصاوير تانسور انتشار در محدوده وسيعي از مطالعات كلينيكي مانند ایسکیما مغزی [٦]، آشکار سازی ضربه [٧]، سفت شدگی چندگانه [۸]، بیماری آلزایمر ¹[۹]، بیماری ياركينسون°[١٠]، شيزوفرنيا [١١]، جراحي عصبي [١٢]، مدلسازی رشد تومور^[١٣]، و غیره استفاده شده است. خط لوله تصاوير تشديد مغناطيسي تانسور انتشار همانند

مط توله تصاویر تسدید معناطیسی نامسور استار ممانید تصاویر تشدید مغناطیسی عادی با طراحی رشته پالس و اخذ تصاویر تشدید مغناطیسی وزندار انتشار از روی تصاویر آغاز می شود. سپس، تصویر تانسور انتشار از روی تصاویر ادامه، عملیات پردازشی همانند منظم سازی'، ثبت تصاویر''، و بصری سازی'' بر روی داده های تانسور انتشار انجام می پذیرد. در انتها، متخصصین علوم شناختی و اعصاب با پردازش بیشتر تصاویر حاصله به ارایه نظریه

¹ Brain Ischemia

- ⁵ Parkinson's Disease
- ⁶ Schizophrenia
- ⁷ Neurosurgery
- ⁸ Tumor Growth Modeling
- ⁹ Diffusion Weighted Magnetic Resonance Images
- ¹⁰ Regularization

۲۲ / مجله فیزیک پزشکی ایران، دوره ۷، شماره ۲، پیاپی(۲۷)، تابستان ۸۹

های کلی درباره کارکرد و ساختار مغز می پردازند که این نظریه ها سبب رشد و توسعه حوزه هایی مانند علوم انسانی، علوم مهندسی، و علوم پزشکی می شوند.

در بین طیف وسیع تصاویر تشدید مغناطیسی انتشار، تصویر تانسور انتشار" به دلیل سرعت بالای اخذ تصاویر وزندار انتشار متناظر از اهمیت کلینیکی بالایی برخوردار می باشد[۱٤, 10]. امکان بازسازی تصاویر تانسور انتشار در بافت مغز، ابزارهای نوی مانند کلاف نگاری^۱، تحلیل اتصالیذیری^۱ مناطق مغز از طریق ماده سفید، و به تازگی ناحیه بندی ماده سفید بافت مغز را در اختیار دانشمندان قرار داده است که امکانی جهت تحقق آنها در تصاویر تشدید مغناطیسی عادی وجود ندارد. در اکثر کاربردهای کلینیکی ذکر شده در بالا، نیازمند مرحله کلاف نگاری می باشیم. کلاف نگاری تکنیکی است که به جداسازی فیبرهای ماده سفید مغز به صورت مجزا می پردازد. البته روشهایی جهت دسته بندی فیبرهای جدا شده و مرتبط کردن آنها به ساختار یکسان پیشنهاد شده است[٥، 17]. در این بین، دسته بندی فیبرهای ماده سفید به صورت مستقیم(ناحیه بندی) گزینه دیگری است که پژوهش کافی بر روی آن صورت نگرفته است[۱۷]. در ادامه، ادبیات ناحیه بندی تصاویر تانسور انتشار با تاکید بر معیارهای فاصله (متریک) معرفی شده، جهت کمی کردن اختلاف بین تانسورهای انتشار، ارایه می گردد. در واقع، انتخاب متریک مناسب تاثیر زیادی در نتایج بخش بندی الگوریتمهای ناحیه بندی دارد.

ژوکوف و همکاران با تعریف معیار ناهمگونی نامتغیر^{۱۱} و استفاده از آن در چارچوب ناحیه بندی نمو مجموعه سطح موفق شدند مناطق با ناهمگونی متفاوت از همدیگر را جدا کنند[۱۸]. کاهش اطلاعات موجود در تانسور انتشار به عدد اسکالر سبب می شود تا ناحیه بندی مناطق با ناهمگونی یکسان و تانسورهای انتشار متفاوت به درستی

² Stroke Detection

³ Multiple Sclerosis

⁴ Alzheimer's Disease

¹¹ Registration

¹² Visualization

¹³ Diffusion Tensor Images

¹⁴ Fiber Tractography

¹⁵ Connectivity Analysis

¹⁶ Invariant Anisotropy Measure

لگاریتمی-اقلیدسی نسبت به متریک ژئودزیک در کاربردهایی مانند تخمین و منظم سازی تصاویر تانسور انتشار [70]، درون یابی تصاویر تانسور انتشار [۲٤]، صاف کردن و درون یابی[۲٦]، و ریخت سنجی[۲۷] مورد ارزیابی و تائید عملی قرار گرفته است. البته، اوته و همکاران از متریک لگاریتمی-اقلیدسی در چارچوب الگوریتم متوسط فازی و میدان تصادفی مارکوف در جهت طبقه بندى سينگليوم از بقيه ساختارهاى ماده سفيد مغز انسان در تصاویر تانسور انتشار استفاده نموده اند[۲۸]، آنها سهولت تعميم الگوريتم متوسط فازي با استفاده از متريک لگاریتمی-اقلیدسی به داده تانسور انتشار را به عنوان تنها دلیل استفاده از متریک جدید به جای متریک ژئودزیک بیان کرده اند. در نتیجه، نتایج طبقه بندی با متریکهای لگاریتمی-اقلیدسی و ژئودزیک در چارچوب الگوریتم متوسط فازی مورد مقایسه و ارزیابی قرار نگرفته است. بعلاوه، الگوريتم متوسط فازي پيشنهاد شده توسط آنها در دسته روشهای طبقه بندی کننده ها قرار می گیرد که متفاوت از خانواده بزرگ الگوریتمهای نمو سطح مورد استفاده در ناحیه بندی تصاویر تانسور انتشار می باشد. در كل، تاكنون عملكرد متريك لگاريتمي اقليدسي با ساير متریکها در قالب الگوریتمهای توسعه یافته جهت ناحیه بندی یا طبقه بندی تصاویر تانسور انتشار مورد مقایسه و ارزیابی قرار نگرفته است و همچنین ارزیابی از عملکرد متريک جديد لگاريتمي اقليدسي و مقايسه کارايي آن با سایر متریکها در چارچوب الگوریتمهای نمو سطح صورت نیذیر فته است[۱۷].

هدف از مطالعه حاضر، ارزیابی امکان جایگزینی متریک ژئودزیک با متریک لگاریتمی-اقلیدسی به منظور کاهش هزینه بسیار بالای محاسباتی الگوریتم نمو سطح آماری توسعه یافته براساس متریک ژئودزیک می باشد. بدین منظور آمارگان ناحیه مورد نظر از تصویر تانسور انتشار (توزیع گوسی) و گرادیان در تصاویر تانسور انتشار با

صورت نگیرد. معیارهای عدم شباهت مختلفی جهت نشان دادن اختلاف بین تانسورهای انتشار پیشنهاد و از آنها در جداسازی ساختارهای مغزی استفاده شده است. در مراجع [٤, ١٩]، اندازه فربنیوس ٰ به عنوان معیار سنجش اختلاف بین تانسورها در چارچوب الگوریتمهای بخش بندی پیشنهادی به منظور ناحیه بندی تصاویر تانسور انتشار استفاده شده است. ونگ و همکاران به کمک مفهوم آنتروپی نسبی برگرفته از حوزه تئوری اطلاعات توانستند اختلاف بین تانسورهای انتشار را به نحو مطلوبتری با فاصله واگرایی-جی^۲ کمی کنند[۲۰] و بنابراین به نتایج ناحیه بندی بهتری با الگوریتم نمو منحنی در قالب تابعک مامفرد-شاه بر روی داده سنتز و جسم پینه ای مغز موش نسبت به فاصله اقلیدسی دست یافتند، اما کارهای بعدی نشان داد تانسورهای انتشار در فضای ریمانی و بر روی رویه خمیده قرار دارند. در نتیجه، فاصله بین تانسورهای انتشار در چنین فضایی به صورت دقیقتری با متریکهای ریمانی اندازه گیری می شود[۲۲،۲۱]. لنگلت و همکاران نشان دادند استفاده از متریک ریمانی ژئودزیک به جای متریکهای اقلیدسی و واگرایی-جی به منظور تعریف آمارگان و محاسبه گرادیان تصاویر تانسور انتشار در سه نوع داده سنتز، فانتوم بیولوژیکی، و داده واقعی مغز انسان، کیفیت نتایج الگوریتم بخش بندی نمو سطح آماری را به نحو قابل توجهي بهبود مي دهد[٢٣]. اما، محاسبات سنگين متریک ژئودزیک و هزینه محاسباتی بسیار بالای الگوریتم ناحیه بندی توسعه یافته براساس آن، مشکل عمده ای در تحقق زمان حقیقی روش ناحیه بندی آنها با متریک ژئودزیک محسوب می گردد. آرسیگنی و همکاران خانواده دیگری از متریکهای زیمانی را توسعه داده اند که سادگی تحقق کامپیوتری، سرعت بالای محاسباتی، و خواص نظری عالی مشابه با متریک ژئودزیک را به صورت یکجا ارائه می دهد[۲٤]. کارایی بالای متریک جدید ریمانی

¹ Frobenius Norm

² J-Divergence(Symmetrized Kullback-Leibler distance)

۲۳ / مجله فیزیک پزشکی ایران، دوره ۷، شماره ۲، پیاپی(۲۷)، تابستان ۸۹

³ Cingulum

متریک جدید تعریف و در چارچوب الگوریتم نمو سطح آماری قرار داده می شوند. نتایج بخش بندی ما نشان خواهد داد اعمال الگوریتم ناحیه بندی نمو آماری سطح به داده تانسور انتشار سنتز نویزدار(الگوهای چنبره ای و مارپیچی) و فانتوم بیولوژیکی رشته اعصاب نخاعی موش با متریک جدید به نتایج مشابه متریک ژئودزیک می انجامد. همچنین نتایج عددی نشان خواهد داد هزینه محاسباتی الگوریتم ناحیه بندی نمو سطح آماری توسعه یافته با متریک لگاریتمی-اقلیدسی بسیار پایینتر از متریک ژئودزیک می باشد.

بقیه مطالب مقاله به صورت ذیل سازمان دهی شده است: ابتدا در بخش مواد و روشها، متریکهای اقلیدسی، واگرایی-جی، ژئودزیک، و لگاریتمی-اقلیدسی به صورت خلاصه ارایه می شوند. سپس نحوه محاسبه آمارگان و گرادیان در تصاویر تانسور انتشار با متریکهای اقلیدسی، واگرایی-جی، و ژئودزیک ارایه و با متریک جدید لگاریتمی-اقلیدسی تعریف می گردند. سپس الگوریتم ناحیه بندی نمو سطح آماری و جزئیات تحقق آن به صورت مختصر ارایه می گردد. در بخش بعد، نتایج بخش بندی الگوریتم نمو سطح اماری با متریکهای اقلیدسی، واگرایی-جی، ژئودزیک، و لگاریتمی-اقلیدسی در داده سنتز نویزدار و فانتوم بیولوژیکی ارایه می گردد. در نهایت با جمع بندی نتایج تحقیق، مقاله در بخش نوشتاری پایان می پذیرد.

۲- مواد و روشها

در این بخش، متریکهای اقلیدسی، واگرایی-جی، ژئودزیک، و لگاریتمی-اقلیدسی ارایه می گردند. سپس فرمولهای محاسبه آمارگان و گرادیان در تصاویر تانسور انتشار با متریک های اقلیدسی، واگرای-جی، و ژئودزیک از کارهای قبلی نقل می شوند. در ادامه، آمارگان ناحیه مورد نظر از تصویر تانسور انتشار و گرادیان در تصویر تانسور انتشار با متریک جدید لگاریتمی-اقلیدسی تعریف

می گردند. سپس، الگوریتم نمو سطح آماری و جزئیات تحقق عددی آن به اجمال بیان می گردد. در این مقاله، تصاویر تانسور انتشار به صورت (3) $S^+(3)$ نمایش می یابند، به طوری که برای تمام $\Omega \Rightarrow x$, $(x)^2$ تانسور انتشار متعلق به $(S^+(3)^{+2})$ است. $(S^+(3)^{-2})$ فضای ماتریسهای $S^{\times S}$ حقیقی، متقارن، و معین-مثبت می باشد. Ω ناحیه مورد علاقه در تصویر تانسور انتشار است.

۲-۱- متریکهای اقلیدسی، واگرایی-جی، ژئودزیک، و لگاریتمی-اقلیدسی

فضای ماتریسهای متقارن معین-مثبت(فضای تانسورهای انتشار) با متریک اقلیدسی ساده را در نظر می گیریم. متریک اقلیدسی انحنای موجود در چنین فضایی را صفر در نظر می گیرد. بنابراین، در عین سادگی محاسباتی، متریک مناسبی نمی باشد و تنها معیاری تقریبی از اختلاف بین دو تانسور انتشار در فضای ماتریسهای متقارن معین- $A,B \in S^+(\mathfrak{Z})$ مثبت می باشد. فاصله تانسورهای انتشار با نرم فربنیوس به صورت رابطه (۱) بیان می گردد[۲۹]: $D_e(A,B) = \sqrt{trace((A-B)(A-B)^T)}$ ()) اختلاف بین تانسورهای انتشار (A,B ∈ S⁺(3) فضای توابع چگالی احتمال سه متغیره با ماتریس کواریانسهای م روی رویه ریمانی از دیدگاه تئوری $(A,B\in S^+(3))$ اطلاعات با معيار واگرايي-جي(نسخه متقارن آنتروپي کولبک–لیبلر (K - L) به صورت رابطه (۲) قابل محاسبه می باشد[۲۰]:

$$D_{j}(A,B) = \sqrt{\frac{1}{4}} \left(trace \left(A^{-1} \cdot B + B^{-1} \cdot A \right) - 6 \right)$$
(Y)

¹ Kullback-Leibler

ورودی الگوریتم: (x) تانسور انتشار خروجی الگوریتم: L لگاریتم تانسور انتشار (x) تجزیه طیفی $\Sigma(x) = R^T . D.R$ تانسور انتشار $\Sigma(x)$ تجزیه طیفی (x) می شود. D ماتریس قطری شامل مقادیر ویژه تانسور انتشار (x) و R ماتریس چرخش است. R ماتریس جدید \overline{D} با اعمال لگاریتم طبیعی به هر کدام از عناصر T ماتریس D به دست می آید. T ماتریس L به صورت $\overline{D.R} - L$ محاسبه می شود. R ماتریس (x) به صورت R.T محاسبه می شود. T ماتریس از بین تانسورهای انتشار $(x)^+S = A$ می گردد: (2)

D_{le}(A,B) = √trace((log(A) - log(B))·(log(A) - log(B))^T) در قسمت بعد نحوه محاسبه آمارگان و گرادیان میدانهای تانسور انتشار با استفاده از فاصله های اقلیدسی، واگرایی جی، و فاصله ژئودزیک بیان می شوند. سپس، آمارگان ناحیه مورد نظر از تصویر تانسور انتشار و گرادیان در تصاویر تانسور انتشار با متریک لگاریتمی –اقلیدسی تعریف می شوند.

T-T- آمارگان و گرادیان میدانهای تانسور انتشار متوسط تجربی N تانسور انتشار با کمینه کردن واریانس $\sigma_{\Sigma}^{2}(\{\Sigma_{n}\})$ به صورت رابطه (۵) حاصل می گردد[۳۰]: $\sigma_{\Sigma}^{2}(\{\Sigma_{n}\}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} D^{2}(\Sigma, \Sigma_{n})$ (0)

N امتوسط (٥) با $\overline{\Sigma} = \overline{\Sigma}$ (متوسط منده در رابطه (٥) با تانسور انتشار) كمينه مي شود. همچنين، ماتريس كواريانس تجربي تانسور انتشار به صورت رابطه (٦) تعريف مي شود [٣٠]: N $\Lambda_{\overline{\Sigma}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \varphi(\beta_n) \varphi(\beta_n)^T \quad \text{with} \quad \beta_n = -\nabla_{\overline{\Sigma}} D^2(\overline{\Sigma}, \Sigma_n)$ برای هر کدام از فاصله های اقلیدسی، واگرایی-جی، eta_n ژئودزیک، و لگاریتمی-اقلیدسی به صورت مجزا تعریف می شود. eta نیز نگاشتی است که بردار مماسی eta_n را به شش مولفه مستقلش می نگارد[۳۰]. توزیع گوسی بین تانسورهای انتشار در یک ناحیه مورد علاقه با یارامترهای $\overline{\Sigma}$ و Λ به صورت رابطه (۷) محاسبه می گردد: (V) $p\left(\Sigma(x)|\overline{\Sigma},\Lambda\right) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^6}|\Lambda|} \exp\left(-\frac{\varphi(\beta_n)^T \Lambda^{-1}\varphi(\beta_n)}{2}\right)$ رابطه (۷) جهت محاسبه توزیعهای احتمال ^pin/out در رابطه (۱۳) استفاده خواهد شد. مجذور گرادیان مکانی ٔ برای تانسورهای انتشار با استفاده از مفهوم متریک به صورت رابطه (۸) تعریف می شود [۲۲]: $\left|\nabla\Sigma(x)\right|^{2} = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{3}\sum_{s=\pm 1}D^{2}\left(\Sigma(x),\Sigma(x+se_{k})\right)$ رابطه (۸) به عنوان آرگومان ورودی تابع رابطه (۱٤) استفاده می شود. در ادامه، با استفاده از روابط ٥، ٦، ٧، و ٨ آمارگان و گرادیان در تصاویر تانسور انتشار با متریکهای اقلیدسی، واگرایی-جی، ژئو دزيک، و لگاريتمي –اقليدسي ارايه مي گردند.

¹ Spatial gradient

۲–۲–۱– محاسبه اندازه گرادیان و آمارگان در تصویر تانسور انتشار با متریکهای اقلیدسی، واگرایی-جی، ژئودزیک، و لگاریتمی-اقلیدسی متوسط تجربی N تانسور انتشار با متریک اقلیدسی به صورت رابطه (۹) تخمین زده می شود: $\overline{\Sigma}_e = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \Sigma_n$ (٩) کواریانس تجربی N تانسور انتشار نیز به صورت $^{\Lambda e}$ رابطه (٦) با $\beta_n = \Sigma_n - \overline{\Sigma}$ محاسبه می گردد. سپس، توزیع گوسی بین تانسورهای انتشار در ناحیه مورد نظر با یارامترهای $\overline{\Sigma}_e \, \, {}_{e}$ حاصله از متریک اقلیدسی به شکل رابطه (۷) تعریف می شود. اندازه مجذور گرادیان میدان تانسور انتشار با متریک اقلیدسی از جایگذاری رابطه (۱) در رابطه (۸) حاصل می گردد. متوسط تجربي N تانسور انتشار با استفاده از معيار فاصله واگرایی-جی به صورت رابطه (۱۰) حاصل می شود: $\overline{\Sigma}_{i} = V^{-1/2} \left(U^{1/2} \cdot V \cdot U^{1/2} \right)^{1/2} V^{-1/2}$ $(1 \cdot)$ $U = (1/N) \sum_{n=1}^{N} \Sigma_n$ و V به صورت $U = (1/N) \sum_{n=1}^{N} \Sigma_n$ و $V=\left(1/N\right)\sum_{n=1}^{N}\Sigma_{n}^{-1}$ تعريف می شوند. ماتريس کواریانس ${}^{\overline{\Sigma}_j}$ تانسور انتشار با متوسط ${}^{\overline{\Sigma}_j}$ به صورت $\beta_n = -(1/4) \left(\Sigma_n^{-1} - \overline{\Sigma}_j^{-1} \Sigma_n^{-1} \overline{\Sigma}_j^{-1} \right) \quad \text{assume}$ می گردد. توزیع گوسی بین تانسورهای انتشار در ناحیه مورد نظر با رابطه (۷) و پارامترهای $\overline{\Sigma}_{j}$ تعریف می شود. اندازه مجذور گرادیان تصویر تانسور انتشار با متریک واگرایی-جی از جایگذاری رابطه (۲) در رابطه (۸) حاصل می گردد. لازم به ذكر است فاصله ژئودزيك معيار فاصله طبيعي جهت کمی کردن اختلاف تانسورهای انتشار در فضای

بهت علی تودن ۲ منارک تاسورهای انتشار در آن قرار ریمانی(فضای خمیده ای که تانسورهای انتشار در آن قرار دارند) می باشد. متاسفانه فرمول بسته و تحلیلی برای

محاسبه میانگین ^N تانسور انتشار(^N بزرگتر از ۲) در فضای خمیده وجود ندارد. جهت محاسبه متوسط تجربی ^N تانسور انتشار از الگوریتم ۲ استفاده می شود[۲۲].

الگوریتم ۲- تخمین ریمانی متوسط ^N تانسورهای انتشار **ورودیهای الگوریتم**: ^N تانسور انتشار متعلق به ^{S+(3)} و ^{nit} تعداد گام **خروجی الگوریتم**: ^Σو متوسط ^N تانسور انتشار ۱. I ماتریس همانی $^{3 imes 3}$ را ایجاد کن و در متغیر M قرار بده. ۲. مراحل ۳ الی ۷ را به تعداد ^{nit} تکرار کن. . ماتریس صفر با ابعاد $^{3\times 3}$ را تولید کن و در متغیر V قرار بده. $^{\infty}$ مرحله ٥ را براى متغير ⁱ از ١ تا ^N اجرا كن. ه. ماتریس $V = \log(\Sigma_i^{-1}M)$ را محاسبه و به مقدار قبلی V اضافه کن. . مقدار V قرار بده. (1/N)MV . مقدار متغیر N $M^{1/2} \exp\left(-M^{-1/2} W M^{-1/2}\right) M^{1/2}$ ۷. مقدار کن و به متغیر ^M اختصاص بده. ۸ مقدار متوسط تانسور انتشار در متغیر ^M قرار دارد. ٩. خاتمه الگوريتم. ماتریس کواریانس متناظر به صورت رابطه (٦) با

ماتریس کواریانس متناظر به صورت رابطه (۲) با $\beta_n = -\overline{\Sigma}_g \log \left(\Sigma_n^{-1} \overline{\Sigma}_g \right)$ rectar می شود. تقریبی از $\overline{\Sigma}_g$ محاسبه می شود. تقریبی از $\overline{\Sigma}_g$ و Λ^g به صورت رابطه (۷) حاصل می گردد[۲۲]. اندازه مجذور گرادیان با متریک ژئودزیک از جایگذاری رابطه (۳) در رابطه (۸) حاصل می گردد. (۳) در رابطه (۸) حاصل می گردد. نگاشت لگاریتمی ماتریسی، تانسورهای انتشار را از فضای نگاشت لگاریتمی ماتریسی، تانسورهای انتشار را از فضای تعریف گرادیان و آمارگان تصاویر تانسور انتشار با ابزارهای فضای اقلیدسی امکان پذیر می گردد. بنابراین، آمارگان و گرادیان تصاویر تانسور انتشار با متریک

شوند ولی فضای محاسبه، متفاوت از فضای ماتریسهای متقارن معین-مثبت، برداری است. متوسط ^N تانسور انتشار با متریک لگاریتمی-اقلیدسی به صورت رابطه (۱۱) حاصل می گردد[۲٤]:

$$\overline{L}_{le} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \log(\Sigma_n)$$
(11)

مقایسه رابطه (۱۱) با الگوریتم ۲ نشان می دهد محاسبه متوسط تانسورهای انتشار با متریک لگاریتمی-اقلیدسی بسیار سریعتر از متریک ژئودزیک صورت می گیرد. در واقع، عمليات لگاريتم ماتريسي، نمايي ماتريسي، معكوس ماتریس، ریشه یک دوم ماتریس، و ضرب ماتریس، و مهمتر از همه تکرار عملیات مذکور(به طور نمونه ۳۰ تکرار) جهت همگرایی به مقدار متوسط تانسور انتشار از دلایل افزایش بسیار زیاد بار محاسباتی الگوریتم محاسبه متوسط با متریک ژئودزیک می باشند. اما، متوسط تانسورهای انتشار با متریک لگاریتمی-اقلیدسی در یک گام و به شکل بسته حاصل می گردد. نتایج عملی قبلی نشان داده بود متوسط تانسورهای انتشار حاصله از متریکهای ژئودزیک و لگاریتمی-اقلیدسی با تقریب نسبتاً بالایی، مساوی همدیگر می باشند[۲٤]. ماتریس کواریانس متناظر نیز به صورت رابطه (٦) با $\beta_n = \log(\Sigma_n) - \overline{L}_{le}$ تعریف می گردد. بردار مماسی eta_n به صورت اختلاف متوسط تانسور انتشار و تانسور انتشار مورد نظر $^{\Sigma_n}$ در N فضای لگاریتمها حاصل می گردد.

توزیع گوسی برای میدان تصویر جدید به صورت رابطه (۷) با پارامترهای $\overline{L}_{le} = A^{\Lambda}$ در فضای برداری جدید به صورت دقیق تعریف می گردد. این در حالی است که توزیع گوسی برای تانسورهای انتشار با متریک ژئودزیک به صورت تقریبی ارایه گردیده است[۲۲]. در واقع با صفر شدن انحنای فضای اصلی، توزیع گوسی در فضای اقلیدسی جدید به صورت مرسوم و دقیق تعریف می گردد. اندازه مجذور گرادیان

تصویر تانسور انتشار در فضای برداری جدید با جایگذاری رابطه (٤) در رابطه (۸) تعریف می گردد. در قسمت بعد، الگوریتم نمو سطح آماری مورد استفاده جهت بررسی کارایی متریک لگاریتمی-اقلیدسی و مقایسه عملکرد آن با متریکهای اقلیدسی، واگرایی-جی، و ژئودزیک در بخش بندی تصاویر تانسور انتشار به اجمال توضیح داده می شود.

۲-۳- ناحیه بندی نمو سطح آماری (

نمو سطح با استفاده از اطلاعات مرز و یا اطلاعات مرز بعلاوه ناحیه امکان پذیر می باشد. نمو سطح با استفاده از اطلاعات ناحیه بعلاوه اطلاعات خود مرز با دو روش کلی توسعه داده شده است. این دو روش عبارتند از: تابعک مامفرد-شاه^۲ و روش بیز. در مقاله حاضر روش بیز به عنوان الگوریتم ناحیه بندی مورد استفاده قرار می گیرد [۳۱].

در روش ناحیه بندی نمو سطح آماری مبتنی بر ناحیه بیز، افراز بهینه دامنه تصویر Ω به دو ناحیه با بیشینه کردن تابع احتمال پسین برای تصویر تانسور انتشار Σ صورت می گیرد. قاعده بیز به صورت معادله (۱۲) امکان بیشینه کردن تابع مذکور را می دهد[۳۲]:

$$p(\phi|\Sigma) \propto p(\Sigma|\phi)p(\phi) \tag{11}$$

^{*b*} تابع مجموعه سطح، توسط تابع علامتدار فاصله اقلیدسی از روی مرز ابتدایی ساخته می شود[۳٤]. جهت بیشینه کردن تابع سمت چپ رابطه (۱۲)، فرضهای ساده کننده ای مانند صافی سطح جداکننده دو ناحیه، عدم همبستگی بین دو ناحیه، و فرض استقلال و یکسان بودن تحقق تصادفی تانسورهای انتشار در وکسلها در نظر گرفته می شود. معادله اویلر-لاگرانژ جهت حرکت سطح جداکننده دو ناحیه با بیشینه کردن تابعک انرژی حاصل از منغی لگاریتم تابع احتمال پسین به صورت رابطه (۱۳)

¹ Statistical Surface Evolution

² Mumford-Shah Functional

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \delta_{\varepsilon} \left(\phi \right) \left(\left(\nu + g_{\alpha} \left(\left| \nabla \Sigma \left(x \right) \right| \right) \right) di \nu \left(\frac{\nabla \phi}{\left| \nabla \phi \right|} \right) + \frac{\nabla \phi}{\left| \nabla \phi \right|} \cdot \nabla g_{\alpha} \left(\left| \nabla \Sigma \left(x \right) \right| \right) + \log \frac{p \left(\Sigma \left| \overline{\Sigma}_{in}, \Lambda_{in} \right) \right)}{p \left(\Sigma \left| \overline{\Sigma}_{out}, \Lambda_{out} \right) \right)} \right)$$

$$(17)$$

 $\delta_{\varepsilon}(\phi) = \delta_{\varepsilon}(\phi)$ سبب می شود تا حرکت جبهه تنها در اطراف سطح صفر(مرز جدا کننده دو ناحیه) صورت پذیرد[۳٤]. بنابراین مقدار پارامتر ^ع بازه حرکتی حول مرز را مشخص می کند. پارامتر ^۷ درجه صافی سطح جداکننده دو ناحیه را مشخص می کند که در تمام پیاده سازیها برابر با ۱ در نظر گرفته شد. ⁴ معرف دیورژانس است. $(|(x) \Sigma \nabla|) g$ تابعی است که در نواحی نرم دارای مقدار ۱ و در گوشه ها مقدار صفر را دارد و باعث می گردد تا حرکت مرز در لبه ها کند و در صورت لزوم متوقف شود. تابع مزبور به صورت رابطه (۱۶) تعریف می گردد:

$$g_{\alpha}\left(u\right) = \frac{1}{\left(1+u^{2}\right)} \tag{12}$$

در مقاله جاری $2 = \alpha$ فرض شده است. جبهه نمو یابنده در صورتی متوقف می شود که اختلاف بین مرز جدید و مرز پیشین از آستانه در نظر گرفته شده پایین تر قرار گیرد. بالاخره، معادله اویلر-لاگرانژ در رابطه (۱۳) جهت تحقق کامپیوتری باید گسسته سازی شود. معادله مذکور شامل عبارتهای انتقال ، انحنا ، و ناحیه می باشد که گسسته سازی هر کدام از آنها با استفاده از تکنیک خاص تفاضل محدود صورت گرفت[۳۳]. در ضمن، با توجه به اینکه سطح ϕ در حال نمو و تغییر است تابع علامت دار فاصله، اقلیدسی باقی نمی ماند. لذا، لازم است تابع مزبور را دوباره به تابع علامتدار فاصله اقلیدسی تبدیل کنیم[۳۳]. در صورتیکه این تبدیل صورت نگیرد، حرکت سطح بعد از چند گام متوقف خواهد شد.

لازم به ذکر است شبیه سازی عددی تمام الگوریتمهای ارایه شده در مقاله با پردازنده چهار هسته ای *Q* 6600 و ۳

گیگا بایت حافظه با دسترسی تصادفی^۳ در محیط نرم افزار MATLAB نسخه ۷/۷ صورت گرفته است.

3- نتايج

جهت ارزیابی کارایی متریک لگاریتمی-اقلیدسی و در نهایت مقایسه عملکرد آن با متریک ژئودزیک در کار ناحیه بندی تصاویر تانسور انتشار، شبیه سازیهای عددی بر روی دو نوع داده سنتز با درجه پیچیدگی افزاینده و فانتوم بیولوژیکی رشته اعصاب نخاع موش صورت پذیرفت. در ادامه ضمن بیان نحوه تولید داده سنتز و چگونگی بازسازی تصویر تانسور انتشار از روی تصاویر تشدید مغناطیسی وزندار انتشار فانتوم بیولوژیکی رشته اعصاب نخاع موش، نتایج ناحیه بندی ارایه می گردد.

۳–۱– مثالهای سنتز

مثالهای سنتز از میدان تانسوری سه بعدی 41×41×41 با الگوی اصلی و پس زمینه ایجاد شدند. جهت تولید نویز گوسی در فضای ریمانی از رابطه (۷) با تانسور متوسط و ماتریس کواریانس به صورت روابط (۱۵) و (۱۲) استفاده نمودیم [۳۵]:

$$\overline{\Sigma} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
(10)

(17)

$$\Lambda = \begin{pmatrix} +0.3540 & -0.2272 & -0.1040 & +0.0476 & -0.1576 & +0.0140 \\ -0.2272 & +0.2804 & +0.0156 & -0.0280 & +0.0488 & -0.0448 \\ -0.1040 & +0.0156 & +0.0732 & -0.0092 & +0.0872 & +0.0380 \\ +0.0476 & -0.0280 & -0.0092 & +0.0312 & -0.0452 & +0.0040 \\ -0.1576 & +0.0488 & +0.0872 & -0.0452 & +0.1664 & +0.0472 \\ +0.0140 & -0.0448 & +0.0380 & +0.0040 & +0.0472 & +0.0640 \end{pmatrix}$$

³ Random Access Memory

¹ Convection ² Curvature

دارای مقادیر ویژه یکسانی می باشند. نویز گوسی با روند الگوريتم ۳ و مقادير تانسور انتشار و ماتريس كواريانس روابط (۱۵) و (۱٦) به داده سنتز افزوده شد(شکل ۱–ب). جهت نمایش تانسورهای انتشار از کد رنگی تولید شده توسط معيار ناهمگوني جزيي استفاده مي كنيم. الگوي چنبره ای منجر به تغییرات وسیع جهتی در امتداد تانسور انتشار نسبت به تانسورهای پس زمینه می شود. چنین بازه وسيع تغييرات در امتداد تانسور، باعث شكست فرآيند ناحیه بندی با متریک اقلیدسی گردید. کره اولیه به صورتی در بخشی از چنبره قرار گرفت که قسمتهایی از پس زمینه را نیز شامل شود. نمو سطح آماری در کمینه محلی قرار گرفت و چنبره به صورت کامل از پس زمینه جدا نشد (شکل۲). اگر به قسمتی که سطح از پیشروی باز ایستاده است توجه کنید متوجه می شویم تانسورهای الگوی چنبره در این منطقه شباهت بیشتری به تانسورهای پس زمینه دارند. در واقع، متریک اقلیدسی نتوانسته است اختلاف اندک بین نانسورها در این منطقه را به خوبی کمی کند و در نتیجه سطح نمو یابنده در کمینه محلی سقوط کرده و از پیشروی باز ایستاده است. اما، متریکهای واگرایی-جی، ژئودزیک، و لگاریتمی-اقلیدسی به خوبی توانستند در چارچوب الگوریتم ناحیه بندی، چنبره را به صورت کامل از پس زمینه جدا کنند(شکل ۳). با مقایسه نتایج زمان همگرایی مربوط به متریکهای ژئودزیک و لگاریتمی-اقليدسي متوجه مي شويم كه بار محاسباتي الگوريتم نمو سطح آماری با متریک لگاریتمی-اقلیدسی حدود ۹۰ مرتبه از متریک ژئودزیک کمتر می باشد. الگوریتم ۳ روند افزودن نویز به داده سنتز را نشان می دهد. در مجموع باید سرعتهای اولیه $N, ..., I = i, \{\beta\}$ از ژئودزیکها، متصل کننده تانسور متوسط \overline{X} به عناصر تصادفی $i^{\overline{X}}$ ، در فضای ماتریسهای متقارن معین-مثبت $(S)^{+S}$ را بیابیم. البته این کار در مختصات محلی صورت می پذیرد. بنابراین نمونه های تصادفی از $\beta = (\beta_i)^0$ با ماتریس کواریانس Λ استخراج می شوند، سپس $i^{\overline{X}}$ به ماتریس کواریانس Λ استخراج می شوند، سپس $i^{\overline{X}}$ به سادگی از عبارت $(\overline{\Sigma}_i^{-1}\overline{Z}) = i\beta_{n}$ محاسبه می گردد. الگوریتم ۳- تولید نویز گوسی در فضای ماتریسهای متقارن معین-مثبت $S^+(3)$

ورودیهای الگوریتم: پارامترهای متوسط ^Σ و ماتریس کواریانس Λ **خروجی الگوریتم**: ^N عنصر تصادفی ^{N²} با توزیع نرمال در (3) + S ۱.مراحل ۲ تا ٥ را ^N بار انجام بده و سپس به مرحله ٥ برو. ۲.تجزیه چولسکی ماتریس کواریانس به صورت ^T HH^T. ۲.تجزیه چولسکی ماتریس کواریانس به صورت ^T N=HH. ۵.تابردار تصادفی ⁶ R ∋ Z با متوسط صفر و واریانس واحد. ٤.عبارت (3)+S = (^A را تشکیل دهید. ۵.تانسور ⁿ^Z از عبارت ^{1-(T}(⁻¹β₁)⁻¹) حاصل می گردد.

۳–۱–۱– داده سنتز چنبره ای در این مثال سنتز، تانسورهای انتشار در جهت مماس بر خط متصل کننده به مرکز چنبره قرار دارند و تانسور پس زمینه با ناهمگونی مفروض در نظر گرفته می شود(شکل ۱–الف). در نتیجه تمام تانسورهای انتشار در الگوی چنبره

مصطفی چرمی و همکار



شکل ۱- برش محوری میدان تانسوری چنبره ای: الف- بدون نویز، ب- همراه با نویز



شکل ۲- شکست در ناحیه بندی چنبره با فاصله اقلیدسی (راست: وضعیت نهایی با زمان همگرایی ۳٤ دقیقه)



شکل ۳– موفقیت در ناحیه بندی چنبره با فاصله های واگرایی-جی، ژئودزیک، و لگاریتمی⊣قلیدسی(راست: وضعیت نهایی با فاصله واگرایی-جی و زمان همگرایی ۷۶ دقیقه یا فاصله ژئودزیک با زمان همگرایی ۵۰۰ دقیقه یا لگاریتمی⊣قلیدسی با زمان همگرایی ۵/۵ دقیقه. دقت شود نتایج ناحیه بندی هر سه فاصله با همدیگر مشابه می باشند)

> در ادامه، جهت آزمون کارایی واقعی متریک لگاریتمی-اقلیدسی و مقایسه آن با سایر متریکها از داده سنتز با الگوی پیچیده تر استفاده می کنیم.

۳–۱–۲– داده سنتز مارپیچی

میدان تاسوری مارپیچی مرکب از تانسورهای ناهمگون پس زمینه و الگوی مارپیچی با تانسورهای در امتداد مماس بر خط مرکزی مارپیچ می باشند(شکل ٤-الف). جهت افزایش پیچیدگی در هر دور بر ناهمگونی تانسورها در الگوی چنبره افزوده می شود تا به تدریج شباهت بیشتری به تانسورهای پس زمینه پیدا کنند. بنابراین میدان تانسوری

مارپیچی نسبت به میدان تانسوری چنبره به الگوی واقعی تغییرات امتداد تانسور انتشار در داده واقعی نزدیکتر است و بنابراین جهت آزمون کارایی متریکهای واگرایی-جی، ژئودزیک، و لگاریتمی-اقلیدسی در شرایط سختتر مناسب می باشد. مشابه داده سنتز چنبره ای، نویز گوسی در فضای ریمانی با روند الگوریتم ۳ و مقادیر متوسط و ماتریس کواریانس روابط (۱۵) و (۱۲) به داده سنتز مارپیچی افزوده شد(شکل ٤-ب).



شکل ٤- برشهای محوری، کرونال، و ساجیتال میدان تانسوری مارپیچی: الف- بدون نویز، ب- همراه با نویز

تنها آمارگان و گرادیان مکانی محاسبه شده در داده سنتز مارپیچی با متریکهای ژئودزیک و لگاریتمی-اقلیدسی توانست در قالب الگوریتم ناحیه بندی، الگوی مارپیچی را از پس زمینه جدا کند و آمارگان و گرادیان مکانی محاسبه شده با متریکهای اقلیدسی و واگرایی-جی از جداسازی کامل مارپیچ ناتوان بودند. کره اولیه در بخشی از مارپیچ قرار گرفت که دو بخش بالا و پایین کره بخشهایی از الگوی مارپیچ و بخش میانی، قسمتهایی از تانسورهای پس زمینه را شامل شود. همان گونه که از شکلهای ٥ و ٦ نمایان است الگوریتم نمو سطح با متریکهای اقلیدسی و واگرایی–جی در کمینه محلی متوقف گردیده اند. گرچه الگوریتم ناحیه بندی با متریک واگرایی-جی بهتر از متریک اقلیدسی عمل کرده است ولی در نهایت هر دو متریک الگوی مارپیچ را به طور کامل از پس زمینه جدا نکرده اند. اما، همان گونه که انتظار می رفت الگوی مارپیچ با متریک ژئودزیک به صورت کامل استخراج گردید(شکل ۷). ولی، نتيجه ارزشمند زماني حاصل گرديد كه الگوريتم ناحيه بندی با متریک لگاریتمی-اقلیدسی توانست در داده سنتز با الگوی پیچیدہ تر باز موفق ظاہر شود و مشابه الگوریتم

ناحیه بندی با متریک ژئودزیک الگوی مارپیچ را به صورت کامل از پس زمینه جدا کند. اما، بهبود عمده ای در زمان همگرایی الگوریتم ناحیه بندی و جداسازی مارپیچ از پس زمینه با متریک لگاریتمی-اقلیدسی نسبت به متریک ژئودزیک حاصل گردید. در واقع، متریک لگاریتمی-اقلیدسی حدود ۷۰ برابر سریعتر از متریک ژئودزیک در قالب الگوریتم ناحیه بندی نمو سطح آماری موفق به جداسازی الگوی مارپیچ از پس زمینه شد.

نتایج ناحیه بندی در داده سنتز نشان دهنده قابلیت بالای متریکهای ریمانی نسبت به متریکهای اقلیدسی و واگرایی-جی در کار ناحیه بندی تصاویر تانسوری بود. این نتایج در حالی حاصل شدند که بهبود عمده ای در زمان همگرایی الگوریتم ناحیه بندی و جداسازی الگوهای چنبره و مارپیچ از پس زمینه با متریک لگاریتمی-اقلیدسی نسبت به متریک ژئودزیک حاصل گردید.

در ادامه، عملکرد متریک لگاریتمی-اقلیدسی در چارچوب الگوریتم نمو سطح آماری با سایر متریکها در داده واقعی تر(فانتوم بیولوژیکی رشته اعصاب نخاع موش) مورد ارزیابی و مقایسه قرار می گیرد.

مصطفی چرمی و همکار



شکل ٥- شکست در ناحیه بندی مارپیچ با فاصله اقلیدسی(راست: وضعیت نهایی با زمان همگرایی ۱۱۳ دقیقه)



شکل ٦- شکست در ناحیه بندی مارپیچ با فاصله واگرایی-جی(راست: وضعیت نهایی با زمان همگرایی ۳۷۰ دقیقه)



شکل ۷- موفقیت در ناحیه بندی مارپیچ با فاصله ژئودزیک(راست: وضعیت نهایی با زمان همگرایی ۲۰۰۰ دقیقه)



شکل ۸- موفقیت در ناحیه بندی مارپیچ با فاصله لگاریتمی-اقلیدسی(راست: وضعیت نهایی با زمان همگرایی ۲۸ دقیقه)

غلظت ۲ درصد تهیه شده است. تصاویر تشدید مغناطیسی وزندار انتشار در ۹۰ جهت گرادیانی با پویشگر سوناتا زیمنس ۱/۵ تسلا۲ با استفاده از سیم پیچ زانویی^۳ با پارامترهای اخز b = 1300 s.mm⁻²,TR = 8000ms,TE = 110ms اخز گردیده اند. ماتریس اولیه تصاویر وزندار انتشار با ابعاد 96×128×40 با رزولوشن ۲/۵ میلیمتر در هر سه راستا ۳-۲- داده فانتوم بيولوژيكى

کمپل و همکاران در مرکز تصویرگری مغز مک-کلنل و موسسه عصب شناسی مونترال با در اختیار گذاشتن تصاویر وزندار انتشار، امکان ارزیابی کارایی الگوریتم ناحیه بندی با متریک لگاریتمی-اقلیدسی در تصاویر واقعی تر نسبت به داده سنتز را فراهم نمودند[۳٦]. فانتوم بیولوژیکی از ۲ رشته اعصاب نخاع قطع شده موش و خوابانده شده در آگار ۱ با

² 1.5 Tesla Siemens Sonata Scanner

³ Knee Coil

¹ Agar

بود. جهت جلوگیری از پیچیدگی تحقق برنامه کامپیوتری، ماتریس تصاویر تشدید مغناطیسی وزندار انتشار با ابعاد 22×39×39 از طریق ماسک ماتریس تصاویر اولیه حاصل گردید. داده خام اولیه جهت پردازشهای بعدی در طی فرآیندی زمانبر وارد محیط نرم افزار MATLAB گردید. در ادامه لازم بود تا تصویر تانسور انتشار از روی تصاویر وزن دار انتشار بازسازی شود.

تعریف متریکهای ژئودزیک، و لگاریتمی-اقلیدسی و بالطبع آن، محاسبه آمارگان و گرادیان تصاویر تانسور انتشار مستلزم متقارن و معین-مثبت بودن^۱ تانسورهای بازسازی شده است. در صورتی که از روش کمترین مربعات کلاسیک استفاده شود احتمال بازسازی تانسورهای انتشار با مقادیر ویژه منفی وجود دارد که از لحاظ فیزیکی بی معنی است. لازم به ذکر است چند روش جهت بازسازی متقارن و معین-مثبت تانسورهای انتشار از روی تصاویر ولی ما جهت نشان دادن قابلیت دیگر فضای برداری جدید از روش ذکرشده در مرجع [۲۵] استفاده نمودیم. با فرض نویز گوسی در معادله خطی شده استجسکال-تانر^۲، تابعک انرژی به شکل رابطه (۱۷) حاصل می گردد:

$$E(L) = \int_{\Omega} \sum_{i=1}^{N} \left(\log \left(\frac{S_0}{S_i} \right) - bg_i^T \exp(L)g_i \right)^2$$
(1V)

که N تعداد جهت گرادیانی به منظور اخذ تصاویر وزندار انتشار می باشد(در فانتوم بیولوژیکی برابر با ۹۰ می باشد) و L لگاریتم ماتریسی تانسور انتشار است (الگوریتم ۱). g_i بردار گرادیان، i^3 تصویر وزن دار انتشار در جهت گرادیان بردار g_i م δ^2 تصویر بدون گرادیان، و d فاکتور انتشار می باشند. هدف کمینه کردن تابعک انرژی رابطه (۱۷) نسبت به لگاریتم ماتریسی تانسور انتشار Σ است. با دیفرانسیل گیری

تابعک رابطه (۱۷) نسبت به L (در فضای لگاریتم تانسورهای انتشار)، رابطه (۱۸) حاصل می شود: $\nabla E(L) = -2 \left(\log \left(\frac{S_0}{S_1} \right) - b g_i^T \exp(L) g_i \right) \times \partial_{G_i} \exp(L)$

 $G_i = g_i g_i^T$ مشتق جهتی $G_i = g_i g_i^T$ مشتق جهتی $G_i = g_i g_i^T$ مشتق جهتی به $\exp(L)$ است (جهت تحقق عملی مشتق جهتی به مرجع [۲۵] مراجعه کنید). نهایتاً، کمینه تابعک انرژی در رابطه (۱۷) با روش تندترین شیب مرتبه اول به صورت رابطه (۱۹) حاصل می شود:

$$L_{t+1} = L_t - dt \,\nabla E\left(L_t\right) \tag{19}$$

ماتریس متقارن L، متعلق به فضای برداری است و معادله نموی رابطه (۱۹)، رژه ژئودزیک^۳ در فضای غیرخطی (فضای که تانسور انتشار در آن قرار دارد) نامیده می شود. تانسور Σ بعد از همگرایی رابطه (۱۹) با گرفتن تابع نمایی ماتریسی از ماتریس متقارن L حاصل می شود(مشابه الگوریتم ۱ عمل می کنیم منتها به جای محاسبه لگاریتم طبیعی، نمایی عناصر روی قطر اصلی D را بدست می آوریم). برش محوری تصویر تانسور انتشار بازسازی شده در شکل ۹ نمایش یافته است. توجه شود تانسورهای انتشار با ترکیب رنگهای قرمز – سبز – آبی متناسب با مولفه های

بردار نشاندهنده جهت اصلی انتشار، رنگ آمیزی شده اند. نتیجه اعمال الگوریتم ناحیه بندی نمو سطح آماری مبتنی بر ناحیه بیز پارامتریک با متریک لگاریتمی-اقلیدسی به تصویر تانسور انتشار فانتوم بیولوژیکی در شکل ۱۰ نمایش یافته است. ابتدا، کره اولیه در قسمت تقاطع دو رشته نخاع موش قرار گرفت. کره مذکور بخشی از دو رشته نخاع و قسمت عمده ای از پس زمینه را در بر می گیرد. الگوریتم نمو سطح آماری با تغییرات توپولوژیکی مورد نیاز در مرز نمو یابنده، در نهایت باعث جداشدن دو رشته اعصاب نخاع موش از پس زمینه گردید.

¹ Symmetric Positive Definitive

² Stejskal-Tanner

³ Geodesic marching

مصطفی چرمی و همکار



شکل ۹– برش محوری از تصویر تانسور انتشار فانتوم بیولوژیکی رشته اعصاب نخاع موش، بازسازی با استفاده از روش کمترین مربعات بر روی معادله خطی شده استجسکل–تانر با زمان تخمین تصاویر تانسور انتشار معادل ۲۰ ساعت



شکل ۱۰– موفقیت در ناحیه بندی فانتوم بیولوژیکی رشته اعصاب نخاع موش با فاصله لگاریتمی– اقلیدسی (راست پایین: وضعیت نهایی با زمان همگرایی ۲ دقیقه)

کانتورهای نتایج نهایی ناحیه بندی با متریکهای مختلف در شکلهای ۱۱ و ۱۲ بر روی تصویر سطح خاکستری تولید شده از معیار ناهمگونی جزیی در هر پیکسل نمایش یافته اند. شایان ذکر است معیار ناهمگونی جزیی انحراف از طوری که عدد ۰ نشاندهنده انتشار همگون (کروی) و عدد ۱ نشاندهنده انتشار ناهمگون کامل(خطی) می باشند[۸۳]. انتشار بین دو وضعیت کروی و خطی با عددی بین ۰ تا ۱ کمی می شود. در نهایت، فاصله بین ۰ و ۱ به ۲۵۲ قسمت تقسیم و به هر سطح، رنگ خاکستری مربوطه اختصاص

می یابد. در شکلهای ۱۱ و ۱۲ انتشار همگون با رنگ سفید کامل و انتشار خطی با رنگ سیاه کامل نمایش یافته است. این نحوه تخصیص سطح خاکستری به معیار ناهمگونی جزیی در هر پیکسل سبب می شود مناطق با تانسورهای انتشار ناهمگونتر، تیره تر نمایش یابند.

جهت مقایسه نتایج ناحیه بندی متریکهای ژئودزیک و لگاریتمی-اقلیدسی با متریکهای اقلیدسی و واگرایی-جی، نتایج بخش بندی متریکهای اقلیدسی و واگرایی-جی در شکلهای ۱۱- الف و ۱۱- ب تکرار شده است. همان گونه که از شکل ۱۱- الف یا شکل ۱۱- ب پیدا است نمو سطح

عددی نشان داده شد. این یافته در مجموعه داده سنتز با پیچیدگی افزاینده حاصل گردید. داده سنتز از آن جهت اهمیت دارد که ارزیابی نتایج ناحیه بندی بدون ابهام صورت می گیرد. همچنین، کارایی خوب متریک لگاریتمی-اقلیدسی در چارچوب نمو آماری سطح در ناحیه بندی فانتوم بیولوژیکی به دلایل واقعی بودن داده و هندسه ساده و شناخته شده آن از اهمیت بالای برخوردار مى باشد. جدول ١ نتايج بخش بندى الگوريتم نمو سطح آماری با متریکهای مختلف از لحاظ پارامترهای موفقیت و زمان همگرایی الگوریتم ناحیه بندی را یکجا ارایه می کند. همان گونه که از جدول ۱ آشکار است متریکهای ریمانی ژئودزیک و لگاریتمی-اقلیدسی در چارچوب الگوریتم ناحیه بندی نمو سطح آماری توانسته اند به ناحیه بندی کامل ساختار مورد نظر در داده سنتز و فانتوم بیولوژیکی برسند. این نتیجه فرضیه تشابه در نتیجه ناحیه بندی الگوریتم نمو سطح آماری با متریکهای ژئودزیک و لگاریتمی-اقلیدسی را اثبات نمود. فرضیه مذکور از خواص نظری همسنگ و عملکردهای تقریباً مشابه دو متریک در کاربردهای دیگری همانند تخمین و منظم سازی، درونیابی، و ثبت تصاوير تانسور انتشار شکل گرفته بود.

نتایج عددی ما نشان داد ناحیه بندی با متریک لگاریتمی-اقلیدسی دارای هزینه محاسباتی بسیار پایینتر نسبت به متریک ژئودزیک است به طوری که بار محاسباتی الگوریتم ناحیه بندی با متریک لگاریتمی-اقلیدسی نسبت به روش می بندی با متریک ژئودزیک دست کم ۷۰ برابر کمتر می باشد. با دقت در جدول ۱ مشخص می گردد که ناحیه بندی با متریک لگاریتمی-اقلیدسی از لحاظ هزینه محاسباتی شبیه متریک اقلیدسی می باشد در حالی که کیفیت بالای متریک ژئودزیک را دارد. این نتیجه نیز قابل پیش بینی بود. در واقع، با نگاشت لگاریتم ماتریسی تانسورهای انتشار به فضای برداری جدید، محاسبات در بخشهای مختلف الگوریتم ناحیه بندی نمو سطح آماری در حد متریک اقلیدسی می ماند. بعلاوه، قبلاً با مقایسه با متریک اقلیدسی و واگرایی–جی در ناحیه ای از فانتوم بیولوژیکی که دو رشته نخاع نزدیک همدیگر می شوند به درستی صورت نگرفته است و بخشهایی از پس زمینه نیز به عنوان رشته اعصاب نخاع موش از تصویر جدا شده است. اما، الگوریتمهای ناحیه بندی با متریکهای ژئودزیک و لگاریتمی- اقلیدسی (به ترتیب شکلهای ۱۱–ب و ۱۱– الف) سبب جدا سازی کامل و صحیح رشته اعصاب نخاع موش از پس زمينه شده اند. جهت مقايسه بهتر عملكرد متریکهای لگاریتمی-اقلیدسی و ژئودزیک در بخش بندی رشته اعصاب نخاع موش، نتایج ناحیه بندی با آنها در شکل ۱۲ آورده شده است. تفاوتهای اندکی بین نتایج بخش بندی با دو متریک مشاهده می شود. در واقع، هر دو متریک توانسته اند رشته اعصاب نخاع موش را از پس زمینه جدا کنند. شایان ذکر است دوباره متریک لگاریتمی-اقلیدسی مشابه متریک ژئودزیک در چارچوب الگوریتم نمو آماری سطح قابلیت خود را جهت بخش بندی صحیح ساختار مورد نظر در تصویر تانسور انتشار نشان داد. ولی نتيجه مهم زماني حاصل آمد كه الگوريتم نمو سطح آماري با متریک لگاریتمی-اقلیدسی حدود ۸۰ بار سریعتر از روش نمو سطح آماری با متریک ژئودزیک، دو رشته نخاع موش را از پس زمینه جدا نمود.

در بخش بعدی، بر روی نتایج بدست آمده بیشتر بحث خواهیم نمود.

٤- بحث و نتیجه گیری

الگوریتم نمو سطح آماری مبتنی بر ناحیه بیز، چارچوب مناسبی فراهم کرد تا کارایی متریک لگاریتمی – اقلیدسی در ناحیه بندی تصاویر تانسور انتشار مورد ارزیابی قرار گیرد. برتری کیفی نتایج ناحیه بندی با متریک لگاریتمی –اقلیدسی نسبت به متریکهای اقلیدسی و واگرایی –جی و همچنین همسنگی نتایج حاصله با متریک ژئودزیک در ناحیه بندی مجموعه داده سنتز با پیچیدگی افزاینده و داده فانتوم بیولوژیکی رشته اعصاب نخاع موش با شبیه سازیهای

رابطه ۱۱ و الگوریتم ۲ (به ترتیب فرمول و الگوریتم محاسبه تانسور متوسط با متریکهای لگاریتمی-اقلیدسی و ژئودزیک) پیش بینی می شد که بار محاسباتی قسمت محاسبه آمارگان الگوریتم ناحیه بندی با متریک ژئودزیک خیلی بیشتر از متریک لگاریتمی-اقلیدسی باشد. در حقیقت، محاسبات متعدد و سنگین همانند ریشه مجذور، معکوس، لگاریتم، و نمایی با متریک ژئودزیک، در صورت استفاده از متریک لگاریتمی-اقلیدسی، حذف می شوند.

در مجموع نتایج کیفی و کمی مقاله نشان داد متریک لگاریتمی-اقلیدسی جایگزین مناسبی برای متریک ژئودزیک در کار ناحیه بندی تصاویر تانسور انتشار می باشد. دلایل عمده پیشنهاد چنین جایگزینی، نتایج مشابه ناحیه بندی در عین کاهش عمده در زمان بخش بندی تصاویر تانسور انتشار از مرتبه دست کم ۷۰ می باشد.





شکل ۱۱- مقایسه نتایج ناحیه بندی در فانتوم بیولوژیکی رشته اعصاب نخاعی موش با فاصله های مختلف، الف و ب- فاصله اقلیدسی (خط آبی-وضعیت نهایی با زمان همگرایی ۲ دقیقه)، واگرایی-جی (خط سبز- وضعیت نهایی با زمان همگرایی ۲۰ دقیقه)، الف- فاصله لگاریتمی-اقلیدسی (خط قرمز- وضعیت نهایی با زمان همگرایی ۲ دقیقه) ب- فاصله ژئودزیک (خط قرمز- وضعیت نهایی با زمان همگرایی ۱۷۶ دقیقه)



شکل ۱۲- مقایسه نتایج ناحیه بندی در فانتوم بیولوژیکی رشته اعصاب نخاع موش، فاصله ژئودزیک (خط قرمز) و فاصله لگاریتمی-اقلیدسی (خط فیروزه ای)

زمان همگرایی	نتيجه ناحيه بندى	متريک	نوع داده
۳٤ دقيقه	شكىيت	اقليدسى	
٦٨ دقيقه	موفقيت	واگرایی-جی	
٥٠٠ دقيقه	موفقيت	ژئودزيک	سنتز چنبره ای
٥/٥ دقيقه	موفقيت	لگاريتمي-اقليدسي	
۱۱۳ دقیقه	شكىيت	اقليدسى	
۳۷۰ دقیقه	شكست	واگرايي-جي	
۲۰۰۰ دقیقه	موفقيت	ژئودزيک	سنتز مارپیچی
۲۸ دقیقه	موفقيت	لگاريتمي-اقليدسي	
۳ دقيقه	شكست	اقليدسى	
۳۰ دقيقه	شكىيت	واگرایی-جی	فانتوم بيولوژيكي
۱۷٤ دقيقه	موفقيت	ژئودزيک	
۲ دقيقه	موفقيت	لگاريتمي-اقليدسي	

جدول ۱- مقایسه زمان همگرایی و نتایج بخش بندی الگوریتم نمو سطح آماری در داده سنتز و فانترم بیولوژیکی با متریکهای متخلف

گذاشتن فانتوم بیولوژیکی رشته اعصاب نخاع موش،

٥- تشكر و قدرداني

در پایان، از جنیفر کمپل، کالم صدیقی، ولادیمیر وی صمیمانه تشکر و قدردانی می نماییم. ریمار، عباس سادیکوت، و بروس پایک (مرکز تصویرگری مغز مک-کلنل دانشگاه مک-گیل کانادا) به دلیل در اختیار

منابع

- 1. Ulug AM. Monitoring Brain Development with Quantitative Diffusion Tensor Imaging. Developmental Science. 2002 Aug;5(3):286-92.
- 2. Sullivan EV, Pfefferbaum A. Diffusion Tensor Imaging in Normal Aging and Neuropsychiatric Disorders. European Journal of Radiology. Eur J Radiol. 2003 Mar;45(3):244-55.
- Guye M, Parker GJ, Symms M, Boulby P, Wheeler-Kingshott CA, Salek-Haddadi A, et al. Combined Functional MRI and Tractography to Demonstrate the Connectivity of the Human Primary Motor Cortex in Vivo. Neuroimage. 2003 Aug;19(4):1349-60.
- 4. Wiegell MR, Tuch DS, Larsson HBW, Wedeen VJ. Automatic Segmentation of Thalamic Nuclei from Diffusion Tensor Magnetic Resonance Imaging. Neuroimage. 2003 Jun;19(2 Pt 1):391-401.
- Lawes INC, Barrick TR, Murugam V, Spierings N, Evans DR, Song M, et al. Atlas-based Segmentation of White Matter Tracts of the Human Brain using Diffusion Tensor Tractography and Comparison with Classical Dissection. Neuroimage. 2008 Jan 1;39(1):62-79.
- Albers GW, Lansberg MG, Norbash AM, Tong DC, O'Brien MW, Woolfenden AR, et al. Yield of Diffusion-Weighted MRI for Detection of Potentially Relevant Findings in Stroke Patients. Neurology. 2000 Apr 25;54(8):1562-7.
- 7. Sotak C. The Role of Diffusion Tensor Imaging (DTI) in the Evaluation of Ischemic Brain Injury. NMR Biomed. 2002 Nov-Dec;15(7-8):561-9.
- Guo AC, MacFall JR, Provenzale JM. Multiple Sclerosis: Diffusion Tensor MR Imaging for Evaluation of Normal-Appearing White Matter. Radiology. 2002 Mar;222(3):729-36.

- Kiuchi K, Morikawa M, Taoka T, Nagashimoto T, Yamauchi T, Makinodan M, et al. Abnormalities of the Uncinate Fasciculus and Posterior Cingulate Fasciculus in Mild Cognitive Impairment and Early Alzheimer's Disease: A Diffusion Tensor Tractography Study. Brain Res. 2009 Sep 1;1287:184-91.
- Scherfler C, Schocke MF, Seppi K, Esterhammer R, Brenneis C, Jaschke W, et al. Voxel-Wise Analysis of Diffusion Weighted Imaging Reveals Disruption of the Olfactory Tract in Parkinson's Disease. Brain. 2006 Feb;129(Pt 2):538-42.
- 11. Ardekani BA, Nierenberg J, Hoptman MJ, Javitt DC, Lim KO. MRI Study of White Matter Diffusion Anisotropy in Schizophrenia. Neuroreport. 2003 Nov 14;14(16):2025-9.
- Archip N, Clatz O, Whalen S, Kacher D, Fedorov A, Kot A, et al. Non-rigid Alignment of Preoperative MRI, fMRI, and DT-MRI with Intra-operative MRI for Enhanced Visualization and Navigation in Image-guided Neurosurgery. Neuroimage. 2007 Apr 1;35(2):609-24.
- Clatz O, Sermesant M, Bondiau PY, Delingette H, Warfield SK, Malandain G, et al. Realistic Simulation of the 3D Growth of Brain Tumors in MR Images Coupling Diffusion with Mass Effect. IEEE Trans Med Imag. 2005 Oct;24(10):1334-46.
- Descoteaux M, Deriche R. High Angular Resolution Diffusion MRI Segmentation Using Region-Based Statistical Surface Evolution. J Math Imag Vis. 2009;33(2):239-52.
- Basser PJ, Mattiello J, Le Bihan D. MR Diffusion Tensor Spectroscopy and Imaging. Biophys J. 1994 Jan;66(1):259-67.
- O'Donnell LJ, Westin CF. Automatic Tractography Segmentation Using a High-Dimensional White Matter Atlas. IEEE Trans Med Imaging. 2007 Nov;26(11):1562-75.
- 17. Lenglet C, Campbell JSW, Descoteaux M, Haro G, Savadjiev P, Wassermann D, et al. Mathematical Methods for Diffusion MRI Processing. Neuroimage. 2009 Mar;45(1 Suppl):S111-22.
- Zhukov L, Museth K, Breen D, Whitakery R, Barr AH. Level Set Segmentation and Modeling of DT-MRI Human Brain Data. J Electron Imag. 2003;12(1):125-33.
- Feddern C, Weickert J, Burgeth B. Level Set Methods for Tensor Valued Images. Proc IEEE Workshop on Variational, Geometric and Level Set Methods in Computer Vision; 2003; 2003. p. 65-72.
- Wang Z, Vemuri BC. DTI Segmentation using An Information Theoretic Tensor Dissimilarity Measure. IEEE Trans Med Imaging. 2005 Oct;24(10):1267-77.
- Fletcher PT, Lu C, Pizer SM, Joshi S. Principal Geodesic Analysis for the Study of Nonlinear Statistics of Shape. IEEE Trans Med Imaging. 2004 Aug;23(8):995-1005.
- 22. Lenglet C, Rousson M, Deriche. R. DTI Segmentation by Statistical Surface Evolution. IEEE Trans Med Imaging. 2006 Jun;25(6):685-700.
- Lenglet C, Rousson M, Deriche R. Segmentation of 3D Probability Density Fields by Surface Evolution: Application to Diffusion MRI. Proc Intl Conf Medical Image Computing and Computer Assisted Intervention; 2004 2004; Saint-Malo, France,; 2004. p. 18-25.
- 24. Arsigny V, Fillard P, Pennec X, Ayache N. Log-Euclidean Metrics for Fast and Simple Calculus on Diffusion Tensors. Magn Reson Med. 2006 Aug;56(2):411-21.
- 25. Fillard P, Pennec X, Arsigny V, Ayache N. Clinical DT-MRI Estimation, Smoothing, and Fiber Tracking With Log-Euclidean Metrics. IEEE Trans Med Imaging. 2007 Nov;26(11):1472-82.
- Hamarneh G, Hardesky J. Bilateral Fitering of Diffusion Tensor Magnetic Resonance Images. IEEE Trans Image Process. 2007 Oct;16(10):2463-75.
- Lepore N, Brun C, Chou YY, Chiang MC, Dutton RA, Hayashei KM, et al. Generalized Tensor-Based Morphometry of HIV/AIDS Using Multivariate Statistics on Deformation Tensors. IEEE Trans Med Imaging. 2008 Jan;27(1):129-41.
- Awate SP, Zhang H, Gee JC. A Fuzzy, Nonparametric Segmentation Framework for DTI and MRI Analysis: With Applications to DTI-Tract Extraction. IEEE Trans Med Imaging. 2007 Nov;26(11):1525-36.

- 29. Feddern C, Weickert J, Burgeth B, Welk M. Curvature Driven PDE Methods for Matrix-Valued Images. Int J Comp Vis. 2006;69(1):93-107.
- Pennec X. Intrinsic Statistics on Riemannian Manifolds: Basic Tools for Geometric Measurements. J Math Imag Vis. 2006;25(1):127-54.
- Rousson M, Deriche R. A Variational Framework for Active and Adaptive Segmentation of Vector Valued Images. Proceeding IEEE Workshop on Motion and Video Computing; 2002; Orlando, Florida; 2002. p. 56-62.
- 32. Rousson M. Cues Integration and Front Evolution in Image Segmentation: Universit'e de Nice-Sophia Antipolis; 2004.
- 33. Osher S, Fedkiw R. Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces. 1nd ed. New York: Springer; 2002.
- 34. Chan T, Vese L. Active Contours without Edges. IEEE Trans Image Process. 2001;10(2):266-77.
- 35. Lenglet C, Rousson M, Deriche R, Faugeras O. Statistics on Multivariate Normal Distributions: A Geometric Approach and its Application to Diffusion Tensor MRI: INRIA; 2004.
- Campbell JSW, Siddiqi K, Rymar VV, Sadikot AF, Pike GB. Flow-based Fiber Tracking with Diffusion Tensor and Q-ball Data: Validation and Comparison to Principal Diffusion Direction Techniques. Neuroimage. 2005 Oct 1;27(4):725-36.
- 37. Lenglet C. Geometric and Variational Methods for Diffusion Tensor MRI Processing [PhD]: University of Nice-Sophia Antipolis; 2006.
- 38. Weickert J, Hagen H. Visualization and Processing of Tensor Fields. 1nd ed. Berlin: Springer; 2005.