# پیش بینی استحکام فشاری تنه مهره انسان به کمک روش اجزاءمحدود غیر خطی مبتنی برداده های سیستم توموگرافی کامپیوتری کمی

احد زینالی<sup>ا</sup>، بیژن هاشمی ملایری<sup>آ\*</sup>، شهرام اخلاقپور<sup>۳</sup>، مجید میرزایی<sup>ئ</sup>، سید مجید ناظمی<sup>°</sup>

- دانشجوی دکترای فیزیک پزشکی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
  - ۲ دانشیار گروه فیزیک پزشکی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
    - ۳- استادیار گروه رادیولوژی، دانشگاه علوم پزشکی، تهران
- ۴- دانشیار گروه مهندسی مکانیک طراحی کاربردی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران
- دانشجوی کارشناسی ارشد گروه مهندسی مکانیک طراحی کاربردی، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

تاریخ دریافت نسخه اصلاح شده: ۸۷/۳/۷ تاریخ پذیرش مقاله: ۸۷/٤/۲٤

### چکیدہ

مقدمه: به دلیل نقش شکستگی های فشاری تنه مهره انسان در افزایش مرگ و میر و کاهش کیفیت زندگی بیماران، مطالعات زیادی جهت پیش بینی استحکام فشاری تنه مهره، به شکل غیر تهاجمی، با استفاده از روشهای مبتنی برتعیین تراکم استخوان واخیراً با استفاده از روش اجزاءمحدود خطی انجام شده است. درتحقیق حاضر، از روش اجزاءمحدود غیر خطی مبتنی بر داده های سیستم توموگرافی کامپیوتری کمی درپیش بینی استحکام تجربی تنه مهره انسان، استفاده شد.

مواد و روشها: چهار عدد مهره پشتی-کمری ازسه جسد مذکر با میانگین سن ۴۲ سال تهیه ودر داخل فانتوم آب قرار گرفت. پس از تصویر برداری نمونه ها، با تهیه برنامه ای در محیط نرم افزار MATLAB، هندسه دقیق و ویژگی های مکانیکی تک تک وکسلهای بافت استخوان استخراج و مدل اجزاءمحدود سه بعدی نمونه ها در محیط نرم افزار ANSYS تولید و با در نظر گرفتن رفتار ماده الاستیک خطی- پلاستیک خطی و تغییر فرم های بزرگ، استحکام فشاری نمونه ها محاسبه وبا مقادیر تجربی مقایسه شد. نتایج: نتایج نشان می دهد که روش اجزاءمحدود غیر خطی در برآورد استحکام فشاری تنه مهره ها، روش موثر تری محسوب می شود به

گونه ای که اختلاف مقادیر پیش بینی شده استحکام نهائی با مقادیر اندازه گیری شده در تمام نمونه ها کمتر از ۱کیلو نیوتن می باشد. بحث و نتیجه گیری: با توجه به اهمیت استفاده از روشهای غیر تهاجمی جهت پیش بینی ریسک شکستگی های فشاری تنه مهره های انسان و به منظور کاهش عوارض ناشی از آنها و همچنین ارتقاء امید به زندگی در بیماران با بکار گیری روش اجزاءمحدود غیر خطی مبتنی بر داده های سیستم توموگرافی کامپیوتری کمی نشان داده شد که می توان ریسک شکستگی های مذکور را با دقت بیشتری برآورد نماید. (مجله فیزیک پزشکی ایران، دوره ۴، شماره ۱۶و ۱۷، پاییز و زمستان ۱۶۰–۱۹

**واژگان کلیدی:** پیش بینی شکستگی، شکستگی های فشاری تنه مهره، توموگرافی کامپیوتری کمی، روش اجزاء محدود، استحکام فشاری

<sup>\*</sup> نویسنده مسؤول: بیژن هاشمی ملایری

آدرس: گروه فیزیک پزشکی، دانشکده علوم پزشکی، دانشگاه تربیت مدرس تهران bijanhashemi@yahoo.com تلفن: ۲۹۸۸۸۹۲ - (۲۱) ۹۸+ دورنگار: ۸۸۰۰۶۵۴۴ - (۲۱)

**۱۹** / مجله فیزیک پزشکی ایران، دوره ۴، شماره ۱۶ و ۱۷، پاییز و زمستان ۸۶

#### ۱- مقدمه

امروزه شکستگی های فشاری تنه مهره' به عنوان یکی از مهمترین چالشهای سیستم های بهداشتی-درمانی جهان محسوب می شوند، به گونه ای که تنها در آمریکا سالانه بیش از ۲۰۰۰۰ مورد از این نوع شکستگی ها بوقوع می پیوندد [۱]. شکستگی های ناحیه ستون فقرات و لگن مهمترین عارضه پوکی استخوان محسوب شده و تنها در کشور ما باعث مرگ حدود ۲۰٪ افراد درگیر در مدت یکسال شده وحدود۰۰٪ نیز دچار اختلالات و ناتوانی های جدی شده اند [۲]. نظر به اهمیت نقش شکستگی های مهره ای در افزایش مرگ و میر و کاهش کیفیت زندگی بیماران و به منظور کاهش عوارض برخی مداخلات پزشکی، پیش بینی دقیق وقوع شکستگی و ارزیابی تاثیر روش های مختلف درمانی در کاهش ریسک شکستگی از اهمیت بسزائی برخوردار می باشد.

امروزه روش های رایج در پیش بینی استحکام فشاری تنه مهره بر پایه روش های تصویر برداری مانند رادیوگرافی ساده و توموگرافی کامپیوتری و یا روش های تعیین چگالی مانند جذب سنجی اشعه ایکس دو گانه و توموگرافی کامپیوتری کمی استوارند. پژوهش های صورت گرفته بر این اساس غالبا منجر به یافتن روابطی با ضرایب همبستگی متوسط به منظور پیش بینی استحکام فشاری تنه مهره به شکل غیر تهاجمی می شوند [۷–۳] . انجام مطالعات پارامتری به کمک روش اجزاء محدود نیزدر زمینه ارزیابی استحکام فشاری تنه مهره نیز روش قابل اعتمادی محسوب نمی شود زیرا در اینگونه مطالعات توزیع ناهمگن

چگالی استخوان و تفاوت ظریف هندسه موجود بین تنه مهره افراد مختلف در نظر گرفته نمی شود در نتیجه نمی توان نتایج اینگونه مطالعات را به افراد مختلف تعمیم داد.

اینگونه محدودیت ها، مطالعات کلینیکی بر روی هزاران بیمار و دنبال کردن هر یک از بیماران به مدت چندین سال به منظور تهیه داده های آماری کافی را ملزم می سازد تا بتوان تحلیل های قابل قبولی در تشخیص اختلال و بررسی پارامترهای مختلف درمانی انجام داد که بسیار وقت گیر و هزینه بر خواهد بود.

نظر به اهمیت بررسی شکستگی های مهره ای و وقت گیر و هزينه بر بودن مطالعات كلينيكي و دقت غيرقابل قبول روش های مبتنی بر تصویر برداری یا روش های مبتنی بر تعیین چگالی میانگین استخوان، بکار گیری روشی کم هزینه ودقیق به منظور تعیین ریسک شکستگی را بیش از پیش ضروری می سازد. مدل های اجزاءمحدود مبتنی بر سیستم توموگرافی كامپيوتري كمي، مي توانند پيش بيني استحكام مهره ها را بهبود بخشند. در این روش با استفاده از داده هایی که سیستم توموگرافی کامپیوتری کمی در اختیار قرار می دهد، مدل های ايجاد شده شامل هندسه دقيق مهره به همراه خواص مكانيكي نقطه به نقطه آن می باشند. بطور کلی در این روش هر وکسل تصوير معادل يكي از اجزاء در نظر گرفته مي شود كه خواص مکانیکی آن با استفاده از چگالی مستخرج از سیستم توموگرافی کامپیوتری کمی<sup>1</sup> که خود با استفاده از داده های موجود در تصوير قابل محاسبه است، بدست مي آيد. بدين ترتيب هندسه دقیق مهره با استفاده از روشهای پردازش تصویر، بدست آمده و توزيع خواص مكانيكي آن نيز بطور غير مستقيم با استفاده از داده های موجود در تصویر بدست می آید و در نتیجه می توان

<sup>1-</sup> Vertebral body Compressive Fracture (VCF)

<sup>2-</sup> Plain Radiography

<sup>3-</sup> Computed Tomography (CT)

<sup>4-</sup> Dual Energy X-ray Absorbtiometry (DEXA)

<sup>5-</sup> Quantitative Computed Tomography (QCT)

<sup>6-</sup> QCT Derived Bone Mineral Density (BMDQCT)

پیش بینی استحکام تنه مهره به روش اجزا۶ محدود غیر خطی

فشاری گردیده و عموما باعث تخمین کمتر مقدار واقعی آن می

هدف از انجام این تحقیق استفاده از روش اجزاءمحدود مبتنی بر

داده های سیستم توموگرافی کامپیوتری کمی به گونه ای که بتوان

استحکام فشاری تنه مهره انسان را با دقت بیشتری برآورد نمود، می

باشد. به همین منظور در این پژوهش، علاوه بر روش اجزاءمحدود

خطی، برای نخستین بار از روش اجزاءمحدود غیر خطی مبتنی بر داده های سیستم توموگرافی کامپیوتری کمی با در نظر گرفتن رفتار

غير خطي بافت استخوان تنه مهره استفاده شد. در اين مدل ضمن

در نظر گرفتن ضرایب لازم جهت مدل کردن رفتار استخوان

بصورت خطی، مقادیر تنش و کرنش تسلیم ونهائی بافت استخوان

نیز لحاظ گردیده و در نتیجه رفتار مکانیکی مدل دارای سازگاری

تعداد سه عدد مهره یازدهم پشتی (T۱۱) و یک عدد مهره کمری (L۲) از سه جسد مذکر با میانگین سنی ٤٢ سال بدون

هیچگونه سابقه آسیب های مهره ای و یا بیماری هایی که

كيفيت استخوان را تحت تاثير قرار مي دهند مانند سرطان هاي

متاستاتیک و غیره، استخراج شد. برای حصول اطمینان تصاویر

رادیوگرافیک از نمونه ها تهیه شد و از عدم وجود ضایعات

استخوانی، اطمینان حاصل گردید. در ادامه اجزای خلفی مهره ها

به کمک اره اتوپسی و بافت های نرم و دیسک های میان مهره

ای چسبیده به آن ها نیز به کمک تیغ جراحی جدا شدند.

بيشتري با رفتار واقعي آن مي باشد.

۲-۱- تهیه و آماده سازی نمونه ها

۲- مواد و روشها

مي شود[١١و ١٠].

از نتایج آن برای هر فرد سالم و یا دارای ضایعات ناشی از پوکی استخوان یا ضایعات استئولیتیک با توجه به ویژگی های شخصی آن فرد بهره جست.

تحقیقات صورت گرفته توسط کدی<sup>۱</sup> و همکارانش در سال ۱۹۹۹ [۸] و کیاک<sup>۲</sup> و همکارانش در سال ۲۰۰۱ [۹]، توانائی روش اجزاءمحدود خطی مبتنی بر سیستم توموگرافی کامپیوتری کمی را در برآورد ریسک شکستگی های گردن استخوان ران به اثبات رساند.

در سال ۲۰۰۳ دو مطالعه مهم در زمینه پیش بینی استحکام فشاری تنه مهره انسان، به شکل غیرتهاجمی، با استفاده از روش اجزاءمحدود خطى مبتنى بر داده هاى سيستم توموگرافي کامپیوتری کمی صورت گرفت. لیبشنر ً و همکارانش نشان دادند که سفتی اجزاءمحدود مدل تنه مهره دارای همبستگی قابل قبولی با استحکام تجربی آن می باشد ( $(R^{1}-\cdot/V^{9})$ ]. همچنین کرافرد ٔ و همکارانش همبستگی قابل قبولی بین استحكام اجزاءمحدود مدل تنه مهره و استحكام تجربي آن بدست آوردند (R<sup>۲</sup>= ۰/۸٦) [۱۱]. بر این اساس، روش بکار گرفته شده توسط كرافرد و همكارانش به جهت استخراج مستقيم مقادير استحكام فشارى تنه مهره ها و مقايسه آن با مقادير تجربي، در مقايسه با روش مورد استفاده توسط ليبشنر و همکارانش از برتری نسبی برخوردار می باشد. با این وجود، عدم در نظر گرفتن ویژگی های غیر خطی بافت استخوانی تنه مهره در روش اجزاءمحدود خطی و استفاده از معیار نامناسب در تعيين شكستگي فشاري، منجر به بروز خطا در محاسبه استحكام

1- Cody

6- Underestimation

#### 2· 3·

<sup>2-</sup> Keyak

<sup>3-</sup> Liebschner

<sup>4-</sup> Crawford

#### ۲-۲- تهیه تصاویر

به منظور تهیه تصاویر توموگرافیک از نمونه های تحقیق و شبیه سازی شرایط مشابه بافتهای طبیعی بدن انسان از نظر میزان جذب پرتوهای ایکس، ابتدا نمونه ها در یک فانتوم استوانه ای شکل پر از آب از جنس پلکسی گلس<sup>'</sup> به ضخامت ٥ میلیمتر قرار گرفتند. قطر مقطع دایره ای این فانتوم ١٩٥ میلیمتر و ارتفاع آن ٢١٠ میلیمتر انتخاب شد(شکل ۱)[۷].



شکل ۱– تصویرفانتوم مورد استفاده به همراه نمونه های تحقیق که آماده تصویر برداری می باشند.

در این مطالعه جهت تهیه تصاویر توموگرافیک تنه مهره ها از یک دستگاه اسکنر Siemens-64Slices (۸۰ میلیمتر) به ضخامت مقطع ۱میلیمتر، ابعاد پیکسل ۰/۲۰×۰/۲۰ میلیمتر) به همراه یک فانتوم استاندارد دانسیتومتری (محتوی تیوب های حاوی مایع K<sub>2</sub>HPO4 با چگالی های مرجع ۰۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ میلی گرم بر سانتی متر مکعب، یک تیوب حاوی ماده معادل آب و یک تیوب حاوی ماده معادل چربی) استفاده گردید(شکل۲). به کمک چگالی های مرجع موجود در فانتوم استاندارد دانسیتومتری، ابتدا دستگاه

کالیبره و سپس رابطه خطی بین اعداد هانسفیلد' و چگالی استخوان استخراج شد.



شکل ۲ – تصویر مقطع یکی از مهره های یازدهم پشتی

## ۲-۳- آزمایش های تجربی

در حین اعمال آزمون های فشاری تک محوری بر روی نمونه های تنه مهره به منظور اندازه گیری تجربی استحکام فشاری آن ها، اطمینان از اعمال یکنواخت بار و عدم ایجاد گشتاور، ضروری است. بنابراین در اکثر مطالعات اخیر برای این منظور، سطوح فوقانی و تحتانی مهره را بوسیله سیمان استخوان<sup>۳</sup> قالب بندی کرده و بدین ترتیب ناهمواری های سطوح مذکور جبران می شود [۱۲–۱۰].

با این حال به دلایل زیر در این مطالعه از یک روش جدید برای اعمال تست های مکانیکی بر روی نمونه ها استفاده شد:

 ۱- در صورتیکه سطوح قالب های سیمان استخوان ایجاد شده بر روی سطوح فوقانی و تحتانی نمونه ها کاملا
 با یکدیگر موازی و بر محور عمودی نمونه ها عمود

1- Plexiglas

<sup>2-</sup> Hansfield Unit (HU)

<sup>3-</sup> Bone Cement

پیش بینی استحکام تنه مهره به روش اجزا۶ محدود غیر خطی

نباشند، ممان های ناخواسته حاصل خواهند شد. از آنجا که یافتن یک محور عمودی واحد برای تنه مهره در عمل بسیار مشکل است، ریسک ایجاد مولفه های غیر فشاری خالص بسیار بالاست.

- ۲- از آن جا که سطوح فوقانی و تحتانی نمونه ها با سیمان استخوان که دارای خواص مکانیکی تقریبا مشابهی با استخوان است، پوشانده می شود، شرایط مرزی اعمال شده به نمونه ها مطابق شرایط مرزی واقعی که تنه مهره در جایگاه طبیعی خود در بدن تجربه می کند، نمی باشد.
- ۳- عمل قالب گیری یک عمل مشکل و زمان بر است و بخصوص هنگام مواجهه با تعداد نمونه های زیاد ریسک ایجاد شرایط غیر یکنواخت برای نمونه ها وجود دارد.

بر این اساس برای اعمال آزمایش های مکانیکی بر روی نمونه ها، دیسک لاستیکی مخصوصی طراحی شد (شکل ۳). ابعاد و جنس دیسک لاستیکی با دقت و به گونه ای اختیار شد که مدول یانگ آن ۳۰٪ کمتر از کمترین مدول یانگ نمونه ها و ارتفاع آن ۱۵٪ متوسط ارتفاع نمونه ها باشد. هدف از این کار جبران ناهمواری های موجود در سطوح فوقانی و تحتانی نمونه ها با تغییر فرم لاستیک در ابتدای بارگذاری است. علاوه بر این سطح دیسک لاستیکی تا عمق مشخصی ماشین گردید و بدین ترتیب جایگاهی به منظور قرارگیری نمونه ها در آن تعبیه شد. قطر جایگاه تعبیه شده در دیسک لاستیکی تقریبا معادل ۳٪ بیشترین قطرنمونه ها اختیار شد و سطوح آن ها نیز به دقت زبر شد تا از لغزش نمونه ها حین اعمال آزمایش جلوگیری شود. شکل ۲ یک نمونه دیسک لاستیکی تهیه شده در این مطالعه را



شکل ۳- نمونه ای از دیسک های لاستیکی مورد استفاده در آزمایش های مکانیکی در این مطالعه

در عمل مشاهده شد که در ابتدای بارگذاری بازای پیش باری حدود ۱۵۰ نیوتن، نمونه ها در دیسک های لاستیکی قرار گرفته و تا پایان بارگذاری موقعیت خود را در دیسک های لاستیکی تهیه در ادامه، هر نمونه تنه مهره در بین دیسک های لاستیکی تهیه شده قرار گرفته و سپس این مجموعه در بین فک های دستگاه تست فشار ( Canton, MA ع). پس از آن، آزمایش فشاری تک محوری با اعمال یک جابجایی محوری اعمال شده، فوقانی مجموعه، اعمال شد. جابجائی محوری اعمال شده، مشابه بیشتر مطالعاتی که جهت تعیین استحکام فشاری نهائی انجام شده اند[10–1۰]، از آهنگ کندی برخوردار است. به مین جهت به بارگذاری شبه استاتیک<sup>۱</sup> معروف است. برای این منظور فک ها با آهنگ ۵۰۰ میلیمتر در دقیقه تا شکستگی کامل تنه مهره ها به یکدیگر نزدیک شدند.

در طول بارگذاری نمونه ها، نیروی اعمال شده به مجموعه ها توسط واحد بارگذاری<sup>۲</sup> دستگاه و تغییر فرم آن ها نیز توسط یک کشش سنج<sup>۳</sup> در هر لحظه اندازه گیری شد و بدین ترتیب نمودار

1- Quasi-static Loading

3- Extensometer

<sup>2-</sup> Load Cell

نیرو- جابجایی هر مجموعه به کمک کامپیوتر متصل به دستگاه ترسیم شد. اولین نقطه بیشینه نسبی نمودار به عنوان استحکام فشاری نهایی نمونه در نظر گرفته شد.

ذکر این نکته ضروری است که برای اندازه گیری جابجایی خالص تنه مهره، باید جابجایی دیسک های لاستیکی از روی مدول یانگ آن ها محاسبه شده و از جابجایی کل اندازه گیری شده، کم شوند با این حال نیروی استحکام نهایی به جاجایی دیسک ها بستگی ندارد. همچنین قسمت اول نمودارهای نیرو – جابجایی تجربی به دلیل تغییر شکل دیسک های لاستیکی و همچنین تغییر شکل بافت های نرم و دیسک بین مهره ای که به طور کامل از نمونه ها برطرف نشده اند، قابل اعتماد نمی باشند لذا این قسمت نمودارها در اندازه گیری نیروی استحکام فشاری نهایی اثری نداشته و قابل حذف می باشند.



شکل ٤- آزمایش فشاری تک محوری بر روی نمونه ها

# ۲-۴- بخش بندی ' تصاویر

در هر یک از تصاویر تهیه شده از مقاطع تنه مهره ها، با تهیه برنامه ای در محیط نرم افزار MATLAB، با استفاده از روش آستانه گذاری ، جداسازی بافت سخت استخوانی از محیط آب اطراف صورت گرفت و بدین ترتیب تصویر هر مقطع از تنه مهره ها بصورت مجزا از محیط آب اطراف بدست آمد (شکل٥).



شکل ٥- جداسازي بافت سخت استخواني تنه مهره از محيط آب اطراف

#### ۲-۵- تهیه مدل اجزاءمحدود سه بعدی

برنامه ای در محیط نرم افزار MATLAB تهیه شد که قادر است از خروجی برنامه جداسازی تصویر استفاده کرده و مدل اجزاءمحدود سه بعدی کل تنه مهره را، به گونه ای که هر وکسل تصویر معادل یکی از اجزاء آجری هشت گرهی<sup>۳</sup> باشد، در محیط نرم افزار اجزاءمحدود ANSYS تولید نماید. بدین ترتیب ابعاد اجزاء معادل ابعاد وکسل ها یعنی ۲۰/۰ میلیمتر و ضخامت هر جزء برابر ضخامت مقاطع تصویر یعنی ۱ میلیمتر می باشد و در نتیجه دقت تصاویر در این جهت حفظ می شود. این برنامه همچنین قادر است با ترکیب چندین جزء در یکی از اجزاء و میانگین گیری داده های تصویر مربوط به آن اجزاء، مدل هایی با تعداد اجزاء کمتر تولید کند که می توان از این مدل

- 1-Segmentation
- 2- Thresholding
- 3- Brick 8-node

#### پیش بینی استحکام تنه مهره به روش اجزا۶ محدود غیر خطی

اجزاء در هم ادغام شده اند و اجزایی با ابعاد به ترتیب ۱×۵۰×۵/۰ و ۱×۱×۱ را تشکیل داده اند. چگالی برای اجزاء جدید با میانگین گیری چگالی اجزاء تشکیل دهنده آن ها محاسبه شد.

# ۲-۶- پیش بینی استحکام فشاری نهایی به کمک روش اجزاء محدود خطی

۲-۲-۱-۱-۹مال ویژگی های مکانیکی به اجزاء بافت اسفنجی با استفاده از روابط تجربی (۱) و (۲) برای بافت اسفنجی می توان چگالی هر وکسل را به مدول یانگ درجهت محوری تبدیل کرد [۱۳].

 $E_z(MPa) = -34.7 + 3230 \times BMD_{QCT}(gr/cm3);$  (1) (BMD<sub>QCT</sub>>0.0527)

 $E_z(MPa)=2980 \times BMD_{QCT}^{1.05}(gr/cm3);$  (Y) (BMD<sub>QCT</sub> $\leq 0.0527$ )

در این عبارات E<sub>z</sub> مدول یانگ محوری می باشد. مقدار ۲۰۵۲۷، محل تلاقی دو عبارت (۱) و (۲) می باشد. رابطه (۱) بازای مقادیر چگالی بیشتر از ۲۰۵۲۷ و رابطه (۲) بازای مقادیر چگالی کمتر از ۲۰۰۷۲ دارای ضریب همبستگی بیشتری است [۱۳] . نسبت پواسون همه اجزاء نیز مستقل از چگالی آن ها برابر ۲۳۸۱ اعمال شد [۱۱].

۲–۲–۲– اعمال ویژگی های مکانیکی به اجزاء بافت های نرم و پوسته قشری<sup>ا</sup>

مقادیری از هانزفیلد که چگالی معادل آن ها منفی می باشد. نشان دهنده بافت های نرم، چربی و مغز استخوان می باشند که ها به منظور بررسی همگرایی پاسخ سازه و همچنین کاهش حجم محاسبات، بهره جست.

در ادامه مقادیر چگالی هر وکسل با استفاده از چگالی های مرجع بکار رفته در فانتوم دانسیتومتری و رابطه خطی آن با مقادیر هانزفیلد وکسل ها و با استفاده از برازش داده های بدست آمده، محاسبه شد. شکل ٦، مدل اجزاءمحدود سه بعدی یکی از مهره های پشتی (۱–۲۱۱) را نشان می دهد.



شعکل۶– مدل اجزاء محدود یکی از مهره های یازدهم پشتی (T11-1) با ابعاد اجزاءبه ترتیب از بالا به پایین ۰۰/۲۰ ، ۰/ و ۱ میلیمتر مکعب.

در این شکل اجزاء دارای چگالی مختلف با رنگ های مختلف نشان داده شده اند. در تصویر اول این شکل، ابعاد اجزاء دقیقا برابر اندازه وکسلها یعنی ۱×۲۰/۰×۲۰/۰ میلیمتر مکعب می باشد. در تصاویر بعدی این شکل به ترتیب ٤ و ١٦ عدد از

1-Cortical

می توان آن ها را موادی همگن<sup>۱</sup>، همسانگرد<sup>۲</sup> و تراکم ناپذیر<sup>۳</sup> با ضریب الاستیسیته بسیار پایین در نظر گرفت. بر این اساس مقدار ۰/۰۰۰۱MPa به عنوان ماژول یانگ و ۰/۰ به عنوان نسبت پواسون اجزاء بافتهای نرم و چربی که دارای چگالی منفی بودند در نظر گرفته شد[۱۲ – ۱۰].

برای اجزاء مربوط به پوسته قشری از روابط مشابه بافت اسفنجی استفاده شد زیرا در مطالعات انجام شده نشان داده شده است که[۱۲– ۱۰]:

- ۱ اثر سازه ای پوسته قشری بسیار ناچیز می باشد.
- ۲- سیستمهای تصویربرداری موجود به دلیل قدرت تفکیک<sup><sup>3</sup></sup> اندک، قادر به اندازه گیری دقیق پوسته قشری تنه مهره، که دارای ضخامتی کمتر از ۰/۳ میلیمتر می باشند، نیستند.

۲–۲–۳– اعمال شرایط مرزی مناسب وانجام تحلیل به کمک اجزاءمحدود خطی

تحلیل اجزاء محدود خطی مدل های سه بعدی نمونه ها با در نظر گرفتن تغییرفرم های کوچک<sup>6</sup> صورت گرفت. به منظور اندازه گیری سفتی نمونه ها به روش اجزاء محدود خطی، سطح تحتانی مدل ها در جهت محوری مقید گردیده و سطح فوقانی آن ها به اندازه یک میلیمتر به سمت پایین جابجا شد. به منظور جلوگیری از جابجایی و دوران صلب<sup>۲</sup>، تعداد معدودی از گره های موجود در سطوح فوقانی و تحتانی در جهات جانبی نیز مقید شدند. نیروی تکیه گاهی با جمع کردن نیروهای گرهی<sup>۲</sup>

1- Homogenous

- 4- Resolution
- 5- Small Deformations
- 6- Rigid Displacement and Rotation
- 7- Nodal Force

۲۶ / مجله فیزیک پزشکی ایران، دوره ۴، شماره ۱۶ و ۱۷، پاییز و زمستان ۸۶

محوری در سطح تحتانی که در اثر اعمال جابجایی محوری القاء می شوند، محاسبه شد. سفتی اجزاءمحدود (K<sub>FE</sub>) هر نمونه با تقسیم نیروی تکیه گاهی بر جابجایی محوری اعمال شده به سطح فوقانی آن به دست آمد.

۲-۲-٤- محاسبه استحکام فشاری
برای محاسبه استحکام فشاری نهایی با استفاده از روش برای محاسبه استحکام فشاری نهایی با استفاده از روش
۲-۲-٤- محلی، از رابطه زیر استفاده شد[۱۱]:
۲-۲- (۳)
۲-۷- پیش بینی استحکام فشاری نهایی به کمک روش
۲-۷- پیش بینی استحکام فشاری نهایی به کمک روش
۲-۷-۱-مال ویژگی های مکانیکی به اجزاء بافت اسفنجی
جهت محاسبه مدول یانگ محوری اجزاء از روابط (۱) و (۲) و
۲-۷-۱- نمال مدول یانگ محوری اجزاء نیز با توجه به چگالی
۲-۷-۱ (۵) استفاده شد:

 $\sigma_{ys}(MPa) = -0.75 + 24.9 \times BMD_{QCT}(gr/cm^3); \quad (\varepsilon)$   $(BMD_{QCT} > 0.06)$ 

 $\sigma_{ys}(MPa) = 37.4 \times BMD_{QCT}^{1.39}(gr/cm^3);$  (\$) (BMD<sub>QCT</sub>  $\leq 0.06$ )

در این عبارات،  $\sigma_{ys}$  تنش تسلیم می باشد. رابطه (٤) بازای مقادیر چگالی بیشتر از ۰/۰٦ ( مقدار ۰/۰٦ محل تلاقی دو عبارت (٤) و (٥) می باشد) و رابطه (٥) بازای مقادیر چگالی کمتر از ۰/۰٦ دارای ضریب همبستگی بیشتری می باشد [۱۳].

<sup>2-</sup> Isotrope

<sup>3-</sup> Incompressible

پیش بینی استحکام تنه مهره به روش اجزاع محدود غیر خطی

رفتار کل سازه غیر خطی خواهد بود. با تولید چنین مدلی از نمونه ها که در آن ویژگی های غیر خطی المانها و هندسه پیچیده نمونه مطابق با شرایط واقعی نمونه شبیه سازی می شود<sup>۳</sup> شود<sup>۳</sup> در صورت اعمال بارگذاری مرحله به مرحله و پیش رونده، منحنی های نیرو – جابجائی نمونه ها بصورت منحنی های غیر خطی بدست می آیند.

۲–۷–۲ اعمال ویژگی های مکانیکی به اجزاء بافت های نرم و یوسته قشری

در تحلیل به کمک روش اجزاءمحدود غیر خطی نیز به دلایل ذکر شده در قسمت ۲-۲-۲، از روابط مشابه بافت اسفنجی برای اعمال ویژگی های مکانیکی به اجزاء مربوط به بافت قشری استفاده گردید. اجزاء مربوط به بافت های نرم، در تحلیل به کمک روش اجزاءمحدود غیر خطی نیز به همان صورت همسانگرد، الاستیک و همگن در نظر گرفته شد.

۲-۷-۳- حذف اجزاء محیطی مربوط به بافت های نرم

هنگام جداسازی بافت سخت استخوان از بافت های نرم زمینه، تعداد بسیار معدودی از اجزاء موجود در مرز بافت نرم با بافت سخت، به صورت اجزاء مربوط به بافت سخت تشخیص داده شده و در نتیجه حذف نمی شوند. از آن جا که این اجزاء در محیط جانبی مدل قرار داشته و دارای تراکم بسیار کمی نیز می باشند، قادرند آزادانه تحت نیرو و یا جابجایی های محوری اعمالی کم نیز تغییر شکل های زیاد داده و در نتیجه باعث ناپایداری پاسخ مدل حین تحلیل آن با روش اجزاءمحدود غیر ناپایداری پاسخ مدل حین تحلیل آن با روش اجزاءمحدود غیر ناپایداری تهیه شد که به کمک آن اجزاء محیطی مربوط به بافت های نرم حذف شوند، بدون آن که اجزاء مربوط به بافت تنش نهایی (۵<sub>u</sub>) هریک از اجزاء ۱/۲ برابر تنش تسلیم آن در نظر گرفته شد [12] . کرنش نهایی (۵<sub>u</sub>) همه اجزاء نیز معادل ۰/۱٤۵ در نظر گرفته شد [10]. پس از مشخص شدن مقادیر مدول یانگ محوری، تنش تسلیم، تنش نهایی و کرنش نهایی همه اجزاء، از مدل چند خطی<sup>'</sup> برای مدل کردن رفتار مادی هر یک از اجزاء استفاده شد. شکل ۷ یک مدل چند خطی را نشان می دهد. شیب اولین خط برابر مدول یانگ محوری و شیب خط دوم نیز با استفاده از مختصات نقطه تسلیم (تنش و کرنش تسلیم) و نقطه نهایی (تنش و کرنش نهایی) بدست می آید. شیب حط سوم نیز برابر صفر در نظر گرفته می شود که نشان دهنده شکست می باشد.



با توجه به اینکه مهمترین منشا غیر خطی بودن تحلیلهای اجزاء محدود درکنار هندسه پیچیده سازه، غیر خطی بودن ویژگی مواد تشکیل دهنده آن می باشد لذا در این تحقیق با استفاده از روابط تجربی موجود بین هر یک از پارامترهای تنش تسلیم، کرنش تسلیم، تنش نهائی و کرنش نهائی (ثوابت مادی) با چگالی [10-11]، از نمودار چند خطی به منظور مدل کردن رفتار مکانیکی هر یک از اجزاء تشکیل دهنده مدل استفاده گردید (شکل ۷). از آن جا که چگالی و به تبع آن ثوابت مادی تک تک اجزاء متفاوت می باشد<sup>7</sup>، لذا رفتار مجموع اجزاء و به عبارت دیگر

<sup>3-</sup> Specimen-specific Modeling

<sup>1-</sup> Multilinear

<sup>2-</sup> Densitometric Inhomogenities

های نرم چربی و مغز استخوان محبوس در بافت اسفنجی حذف شوند.

۲–۷–٤– اعمال شرایط مرزی مناسب و تحلیل به روش اجزاءمحدود غیرخطی

تحلیل اجزاءمحدود مدل ها بصورت غیر خطی و به روش مرحله به مرحله با در نظر گرفتن تغییرشکل های بزرگ<sup>۱</sup> صورت گرفت. با اعمال بارگذاری پیش رونده و کرنشهای بوجود آمده در مواد تشکیل دهنده استخوان، برای کل سازه استخوان منحنی نیرو – جابجائی بدست می آید که شکل آن غیر خطی است به گونه ای که وقتی کل سازه استخوان دچار تسلیم می شود، تغییر شیب واضحی در منحنی نیرو – جابجائی سازه رخ می دهد. به نیروئی که در آن تسلیم رخ می دهد، بار تسلیم استخوان<sup>۲</sup> اطلاق می شود. با ادامه بارگذاری، منحنی نیرو – جابجائی هموار می شود (شیب آن صغر می شود) که به ناحیه شکست<sup>۳</sup> معروف است.

به منظور شبیه سازی شرایط واقعی اعمال شده حین انجام آزمایش های مکانیکی بر روی نمونه ها، سطح تحتانی مدل ها در جهت محوری مقید شده و سطح فوقانی آن ها نیز تحت یک جابجایی محوری به میزان یک میلیمتر به سمت پایین قرار گرفت. در تحلیل به کمک اجزاءمحدود غیر خطی نیز مانند تحلیل به کمک اجزاءمحدود خطی، به منظور جلوگیری از جابجایی و دوران صلب، تعداد معدودی از گره های موجود در مطوح فوقانی و تحتانی در جهات جانبی مقید شدند. با افزایش گام به گام جابجایی اعمال شده به سطح فوقانی و محاسبه نیروی تکیه گاهی<sup><sup>3</sup></sup> در هر گام، نمودار نیرو حبابجایی<sup>°</sup> برای هر

یک از نمونه ها بدست آمد. نیروی تکیه گاهی در هر گام با جمع کردن نیروهای گرهی<sup>۲</sup> محوری القاء شده در سطح تحتانی محاسبه شد. بشترین نیروی حاصل به عنوان استحکام فشاری پیش بینی شده به کمک روش اجزاءمحدود در نظر گرفته شد. ۲-۸- ارزیابی همگرائی مدل های اجزاءمحدود

با توجه به اینکه روش رایج در ارزیابی همگرائی مدل های مختلف اجزاءمحدود، مقایسه همگرائی منحنی های پاسخ سازه در شرایط یکسان بارگذاری از نظر نیروی اعمالی و شرایط مرزی مشابه ولی با ابعاد اجزاء مختلف می باشد[۱۲–۱۰]، لذا به منظور بررسی همگرایی پاسخ های حاصل از تحلیل های خطی و غیر خطی، تحلیل ها بر روی مدل های دارای ابعاد اجزاء ا ×۲۰/۰×۲۰۰، ۱×۰/۰×۰/۰ و ۱×۱×۱ میلیمتر مکعب اعمال و منحنی های نیرو – جابجائی و سفتی اجزاءمحدود آنها استخراج و با هم مقایسه شد.

# 3- نتايج

جدول ۱، مقادیر سفتی پیش بینی شده به کمک روش اجزاء محدود خطی (K<sub>FE</sub>) همه نمونه ها را برای مدل های دارای ابعاد ۱×۱×۱ میلی متر مکعب در کنار مقادیر مربوط به استحکام نهائی پیش بینی شده به کمک روش اجزاءمحدود خطی (F<sub>LFE</sub>) با استحکام نهائی تجربی (F<sub>u</sub>) نمونه ها نشان می دهد.

<sup>1-</sup> Large Deformation

<sup>2-</sup> Yield Load

<sup>3-</sup> Failure area

<sup>4-</sup> Reaction Force

<sup>5-</sup> Load-Displacement Diagram

<sup>6-</sup> Nodal Force

جدول ۱-سفتی های پیش بینی شده نمونه ها به همراه مقادیر استحکام فشاری نهایی پیش بینی شده آنها به کمک روش اجزاءمحدود خطی (FLFE) و مقادیر تجربی

نمونه	( <i>N/mm</i> ) K <sub>FE</sub>	F <sub>LFE</sub> (KN)	F <sub>u</sub> (KN)
Т \ )- \	2220	$\nabla / \cdot \Lambda$	٤/٩
Т11-т	20291	r/v	٥/١
T11-٣	705.1	$r/\lambda$	٣/٥
L۲	311125	٤١٥	$1/\Lambda$

شکل ۸، نمودار نیرو- جابجایی حاصل از تحلیل اجزاءمحدود مدل های دارای ابعاد اجزاء ۱×۰/۲۰×۰/۲۵، ۱×۰/۰ و ۱×۱×۱ را دریکی از نمونه ها (۲–۲۱۱) نشان می دهد.



شکل ۸- نمودار نیرو - جابجایی نمونه ۲–۲۱۱ برای مدلهای اجزاءمحدود به ابعاد المان ۰/۲۰ ۰/۰و ۱ میلی متر

شکل ۹، نمودار نیرو – جابجایی همه نمونه های مورد استفاده در این تحقیق را بصورت یکجا نشان می دهد. با توجه به شکل، مقدار بیشینه نیروی تکیه گاهی به عنوان استحکام فشاری نهایی نمونه در نظر گرفته می شود.



شکل۹- نمودار های نیرو- جابجایی پیش بینی شده به کمک روش اجزاءمحدود غیر خطی نمونه ها

جدول۲، مقادیر استحکام فشاری نهایی پیش بینی شده به کمک اجزاءمحدود غیر خطی (F<sub>NLFE</sub>) همه نمونه ها را در کنار مقادیر استحکام نهائی آن ها نشان می دهد.

جدول ۲– مقادیر استحکام فشاری نهایی پیش بینی شده به کمک روش اجزاءمحدود غیرخطی و مقادیر تجربی

نمونه	F <sub>NLFE</sub> (KN)	F <sub>u</sub> (KN)
Τ11-1	٤/١	٤/٩
Т11-7	٤/٨٥	0/1
Т11-т	0/17	٥/٣
L۲	0///0	$1/\Lambda$

در جدول ۳، مقادیر استحکام فشاری نهایی پش بینی شده به کمک روش های اجزاءمحدود خطی و غیر خطی نمونه ها، با استحکام تجربی آن ها مقایسه و اختلاف آنها نشان داده شده است.

جدول ۳-اختلاف مقادیرپیش بینی شده برای استحکام فشاری نمونه ها به کمک روش های اجزاءمحدود خطی و غیر خطی با مقادیر استحکام تجربی نمونه ها

نمونه	$F_{LFE}(KN)$	F <sub>NLFE</sub> (KN)
Т11-1	١/٧٥	• /VA
Т 1 1-т	١/٣٤	•/۲٨
Т۱۱-۳	<u> </u>	٠/٩٥
L۲	۲/۳	٠/٩٥

٤- بحث و نتيجه گيري

در این مطالعه تست های مکانیکی تحت شرایط بارگذاری شبه استاتیک<sup>۱</sup> صورت گرفته و به تبع آن مدل های اجزاءمحدود نمونه ها نیز تحت همین شرایط مورد تحلیل قرار گرفتند. لذا از خواص ویسکوالاستیک بافت استخوان که عموما در بارگذاریهای دینامیکی مطرح می شود، صرفنظر شد. بر این اساس، ضرایب مادی اجزاء تشکیل دهنده مدل نمونه ها از جمله مدول یانگ در طول تحلیل ثابت فرض گردیدند.

همانطور که در شکل ۸ دیده می شود، با کوچکتر شدن ابعاد اجزاء یا به عبارتی افزایش تراکم اجزاء<sup>۲</sup>، منحنی های نیرو-جابجایی حاصله، انطباق قابل قبولی با یکدیگر داشته به گونه ای که اختلاف مقادیر اندازه گیری شده برای سفتی و استحکام کمتر از ۲٪ می باشد که این امر نشان دهنده همگرایی پاسخ های بدست آمده است.

به منظور مقایسه نتایج بدست آمده در این مطالعه با نتایج حاصل از روش تحلیل اجزاء محدود خطی مبتنی بر داده های سیستم توموگرافی کامپیوتری کمی که روش مرسوم مورد استفاده محققین درسالهای اخیر می باشد، مقادیر استحکام نهائی

۳۰ / مجله فیزیک پزشکی ایران، دوره ۴، شماره ۱۶ و ۱۷، پاییز و زمستان ۸۶

بدست آمده با روش اجزاءمحدود غیر خطی معرفی شده در این مطالعه با روش مورد اشاره مقایسه گردید. همانطور که در جدول۳ نشان داده شده است، استحکام نهائی برآورد شده با روش جدید در مقایسه با استحکام برآورد شده توسط روش اجزاءمحدود خطی، از خطای کمتری برخوردار است به گونه ای که میانگین خطای روش اجزاءمحدود غیر خطی در برآورد استحکام تجربی نمونه های تحقیق، در حدود ۱۰٪ و میانگین خطای روش اجزاءمحدود خطی در حدود ۲۳٪ می باشد که این امر، توان بالای روش غیر خطی را در برآورد استحکام فشاری نهائی نمونه ها نشان می دهد.

شکل ۹، رفتار نیرو- جابجایی بدست آمده از تحلیل اجزاء محدود غير خطي نمونه هاي تحقيق را نشان مي دهد. همانطور که در این شکل پیداست، رفتار هر نمونه ابتدا خطی بوده و سپس به تدریج از حالت خطی منحرف شده تا اینکه سرانجام نمودار نیرو – جابجایی همه نمونه ها افقی شده و در این هنگام نیروی تکیه گاهی به مقدار بیشینه خود می رسد، که این نیرو به عنوان استحکام فشاری نهایی نمونه در نظر گرفته می شود. بنابراین با استفاده از این روش می توان میزان استحکام فشاری نهائی نمونه را مستقیما از منحنی نیرو – جابجائی نمونه مورد نظر بدست آورد. اما از آنجا که در روش اجزاء محدود خطی استخراج منحني نيرو - جابجائي امكان پذير نمي باشد، لذا نمي توان بطور مستقیم، میزان استحکام فشاری نهائی را بدست آورد. در نتیجه از سفتی اجزاء محدود و فرضهای ساده کننده ای جهت برأورد استحکام فشاری نهائی استفاده می شود که این فرضها باعث بروز خطا در برآورد نتایج می گردند [۱۱و۱۰]. اهم فرضيات بكار رفته در تحليل اجزاء محدود خطى عبارتند از: ۱- نیروی تکیه گاهی بیشینه هنگامی حاصل می شود که تنش محوری در تمام تنه مهره به مقدار نهایی خود رسیده باشد، به

<sup>1-</sup> Quasi-Static

<sup>2-</sup> Mesh Density

پیش بینی استحکام تنه مهره به روش اجزاع محدود غیر خطی

بر این اساس، روش اجزاءمحدود خطی به دلیل استفاده از پیش فرض ها و ساده سازی های متعدد جهت محاسبه استحکام فشاری نهائی، قادر به تحلیل رفتار غیر خطی سازه و در نتیجه استخراج نمودار نیرو– جابجایی آن نمی باشد. لذا با توجه به ماهیت غیر خطی رفتار مکانیکی بافت های استخوانی، استفاده از روش اجزاءمحدود غير خطي در اين حوزه، اجتناب ناپذير مي باشد. تحقیق حاضر که برای نخستین بار با بکارگیری روش اجزاءمحدود غير خطى مبتنى بر داده هاى سيستم توموگرافي كامپيوترى كمى با در نظر گرفتن رفتار ماده الاستيك خطى-پلاستیک خطی جهت برآورد استحکام فشاری تنه مهره در تعداد معدودی از نمونه ها، انجام شد، افق جدیدی را در تعیین ریسک شکستگی های مهره ای می گشاید. بر این اساس چنانچه با تعداد بیشتری از نمونه ها از جامعه آماری گسترده تری نیز بتوان به نتایج مشابهی دست یافت، می توان به کاربرد روشی مطمئن و دقیق در برآورد کلینیکی ریسک شکستگی های فشاری مهره اي در آينده اميدوار بود.

### ٥- تشكر و قدرداني

این تحقیق با حمایت مالی و تجهیزاتی دانشگاه تربیت مدرس و همچنین با استفاده از تجهیزات تصویربرداری مرکز پزشکی نور تهران انجام شده است. لذا بر خود لازم می دانیم که تشکر و قدردانی خود را از مسولین و کارکنان دانشگاه و مرکز مذکور ابراز داریم. عبارت دیگر، هنگامی که تنش محوری در همه اجزاء تشکیل دهنده مدل اجزاءمحدود نمونه، به تنش نهایی رسیده باشد. ۲- در محاسبه رابطه پیش بینی کننده استحکام فشاری نهایی تنه مهره انسان، از وابستگی کرنش تسلیم بافت اسفنجی به چگالی آن صرفنظر شده و میزان آن برابر مقدار ثابت (۰/۰۰۷۷) در نظر گرفته می شود. بر اساس این فرضیات:  $F = \sum \sigma_u A$ 

که F استحکام نهایی و  $\sigma_u$  تنش نهایی هر اجزاء می باشد. از آن جا که  $\sigma_u = 1.2 \sigma_y$  لذا می توان نوشت: (۷)  $F = \sum 1.2\sigma_y A$  (۷) همچنین با استفاده از معیار ۲/۰٪ افست برای محاسبه تنش تسلیم، داریم:  $F = \sum 1.2AE (\epsilon_y - 0.002)$  (۸)

با جایگزینی مقدار متوسط کرنش تسلیم (۰/۰۰۷۷) برای بافت  
اسفنجی در رابطه فوق:  
(۹)  
$$F = \sum 0.0068AE$$
  
با جایگزینی  $AE = KH$  رابطه زیر برای برآورد استحکام  
فشاری نهایی تنه مهره انسان به کمک روش اجزاءمحدود خطی  
فشاری نهایی تنه مهره انسان به کمک روش اجزاءمحدود خطی  
 $f_{LFE} = 0.0068K_{FE}H$   
(۱۰)

که در آن K سفتی محاسبه شده به کمک اجزاءمحدود خطی و H ارتفاع مدل اجزاءمحدود می باشد.

#### منابع

- 1. Riggs BL, Melton U. The worldwide problem of osteoporosis:Insights afforded by epidemiology, Bone 1995, 17: 505 511.
- 2. Larijani B, Hossein-Nezhad A, Mojtahedi A, Pajouhi M, Bastanhagh MH, Soltani A, Mirfezi SZ, and Dashti R. Normative data of bone mineral density in healthy population of Tehran, Iran: Across sectional study. BMC Musculoskelet Disord 2005; 6:38.
- 3. Whealan KM, Kwak SD, Tedrow JR, Inoue K, Snyder BD. Non-invasive imaging predicts failure load of the spine with simulated osteolytic defects. J Bone Joint Surg Am 2000; 82:1240-51.
- 4. Singer K, Edmondstone S, Day R, Breidahl P, Price R. Prediction of thoracic and lumbar vertebral body compressive strength: correlations with bone mineral density and vertebral region. Bone 1995; 17: 167-74.
- 5. Brickmann P, Biggemann M, Hilweg D. Prediction of the compressive strength of human lumbar vertebrae. Spine 1989; 14: 606-10.
- 6. Edmondson SJ, Singer KP, Day RE, Price RI, Breidahl PD. Ex vivo estimation of thoracolumbar vertebral body compressive strength: the relative contributions of bone densitometry and vertebral morphometry. Osteoporos Int 1997; 7: 142-8.
- 7. Ebbesen EN, Thomson JS, Beck-Nielson H, Nepper-Rasmussen HJ, Mosekilde L. Vertebral bone density evaluated by dual-energy X-ray absorbtiometry and quantitative computed tomography in vitro. Bone 1998; 23: 283-90.
- 8. Cody DD, Gross GJ, Hou FJ, Spencer HJ, Goldstein SA, Fyhrie DP. Femoral strength is better predicted by finite element models than QCT and DXA. J Biomech 1999; 32: 1013-1020.
- 9. Keyak J.H, Rossi S.A, Jones K.A, Les C.M, Skinner H.B. Prediction of fracture location in the proximal femur using finite element model. Med Eng Phys 2001; 23: 657-664.
- 10. Liebschner MAK, Kopperdahl DL, Rosenberg WS, Keaveny TM. Finite element modeling of the human thoracolumbar spine. Spine 2003; 28: 559-65.
- 11. Crawford RP, Cann CE, Keaveny TM. Finite element models predict in vitro vertebral body compressive strength better than quantitative computed tomography. Bone 2003; 33: 744-50.
- 12. Buckley JM, Loo K, Motherway J. Comparison of quantitative computed tomography-based measures in predicting vertebral compressive strength. Bone 2007; 40: 767-74.
- 13. Kopperdahl DL, Morgan EF, Keaveny TM. Quantitative computed tomography estimates of the mechanical properties of human vertebral trabecular bone. J Orthop Res 2002; 20: 801-805.
- 14. Morgan EF, Keaveny TM. Dependance of yield strain of human trabecular bone on anatomic site. J Biomech 2001; 34: 569-77.
- 15. Kopperdahl DL, Keaveny TM. Yield strain behavior of trabecular bone. J Biomech 1998; 31: 601-608.