

# ارایه روش غیرتهاجمی برای بر آورد سفتی شریانها با استفاده از مدل سازی جریان خون و دیواره شریان بر اساس تعیین ضریب الاستیسیته دیواره شریان

سعید رهگذر<sup>۱</sup>، مهدی معرفت<sup>۲\*</sup>، منیژه مختاری دیزجی<sup>۳</sup>

۱- کارشناس ارشد مکانیک، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان

۲- استادیار گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس تهران

۳- دانشیار گروه فیزیک پزشکی، دانشگاه تربیت مدرس تهران

تاریخ پذیرش مقاله: ۸۵/۲/۹

تاریخ دریافت نسخه اصلاح شده: ۸۴/۱۱/۸

## چکیده

**مقدمه:** بر آورد سفتی شریان ها نقش بسزایی در پیش بینی خطر ابتلا به بیماری های قلبی- عروقی دارد. تاکنون شاخص های متعددی برای تخمین سفتی شریان ها بر اساس تغییر فشار بازویی معرفی شده است، ولی به دلیل خطای حاصل از جایگزینی تغییر فشار شریان بازویی به جای شریان مورد بررسی مانند کاروتید، ارایه پارامتر الاستیک بر اساس مدل های مکانیکی بدون تکیه بر فشار شریان بازویی حایز اهمیت خواهد بود. در این پژوهش روشی برای بر آورد سفتی شریان های بزرگ به وسیله تعیین غیرتهاجمی ضریب الاستیسیته به عنوان یکی از شاخص های سفتی شریان ارایه شده است.

**مواد و روشها:** در ابتدا مدل دینامیکی مناسبی برای جریان ضربانی خون درون شریان بر اساس معادلات ناویر- استوکس در سیالات بیان شده است. سپس با توجه به معادلات الاستیسیته، روابط حاکم بر دیواره شریان با معادلات حاکم بر سیال جفت شده اند. دستگاه معادلات حاصل، با استفاده از مطالعات بالینی انجام شده بر اساس تصاویر فراصوتی داپلر بر روی فردی با شریان کاروتید سالم آورده شده است. بدین منظور تصاویر فراصوتی پس از ثبت و ذخیره در کامپیوتر در صورت خارج از شبکه (off-line) بازخوانی و سرعت جریان خون در خط مرکزی شریان، ضخامت دیواره شریان، فاصله زمانی یک سیکل قلبی و شعاع شریان در زمان های مختلف تعیین شد.

**نتایج:** نتایج حاصل از حل تحلیلی معادلات تکمیل شده هفت گانه، نشان داد که در فرد سالم مورد آزمایش ضریب الاستیسیته ۵۱ کیلوپاسکال می باشد.

**بحث و نتیجه گیری:** این میزان مطابق دامنه معرفی شده در تحقیقات دیگر است. بر اساس این روش امکان ارزیابی غیرتهاجمی و کلینیکی سفتی شریان ها بوسیله اندازه گیری های فراصوتی شریان کاروتید مشترک، بدون نیاز به اندازه گیری فشار خون به صورت موضعی امکان پذیر خواهد بود. (مجله فیزیک پزشکی ایران، دوره ۲، شماره ۷، تابستان ۸۴، ۴۴-۳۵)

**واژه های کلیدی:** سفتی شریان، ضریب الاستیسیته، مدل دینامیکی شریان، دیواره شریان کاروتید، اولتراسونوگرافی داپلر

\* نویسنده مسئول: مهدی معرفت

آدرس: گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس تهران،

صندوق پستی ۱۱۱-۱۴۱۱۵ maerefat@modares.ac.ir

تلفن: ۰۲۱ (۰۹۸) - ۸۸۰۱۱۰۰۱

جدول ۱- فهرست علائم و اختصارات بکار رفته در مقاله

$u$	مولفه محوری سرعت خون	$J_1$	تابع بسل مرتبه اول
$v$	مولفه شعاعی سرعت خون	D,C,B,A	ثابتهای حل معادلات
$x$	پارامتر طول	$e_{xx}$	کرنش محوری
$r$	پارامتر شعاع	$e_{rr}$	کرنش شعاعی
$t$	پارامتر زمان	$e_{\theta\theta}$	کرنش زاویه ای
$\rho$	چگالی خون	$E$	ضریب الاستیسیته
$\mu$	ویسکوزیته دینامیکی	$\sigma$	نسبت پواسون
$P$	فشار خون	$z$	متغیر رابطه (۲۷)
$P(r)$	دامنه ی فشار	$g$	متغیر رابطه (۲۸)
$U(r)$	دامنه سرعت محوری	$T$	پریود جریان خون
$V(r)$	دامنه سرعت شعاعی	$\rho_w$	چگالی دیواره شریان
$e$	exp	$\tau_w$	تنش برشی روی دیواره شریان
$i$	$\sqrt{-1}$	$S_{xx}$	تنش محوری
$\omega$	فرکانس جریان	$S_{rr}$	تنش شعاعی
$c$	سرعت موج نبض	$S_{\theta\theta}$	تنش زاویه ای
$a$	شعاع خنثای شریان	$\xi$	کشیدگی طولی شریان
$\Omega$	تغییر متغیر رابطه (۷)	$\eta$	تغییر شعاع شریان
$\Lambda$	تغییر متغیر رابطه (۸)	$P_w$	فشار خون درون شریان
$\zeta$	تغییر متغیر رابطه (۹)	$h$	ضخامت شریان
$J_0$	تابع بسل مرتبه صفر	$L$	طول موج انتشار یافته

## ۱- مقدمه

تحقیقات نشان داده است، بیماری های قلبی- عروقی عامل بیش از ۵۰٪ مرگ و میر در غرب است [۱]. سفت شدن شریان ها علت و نتیجه بسیاری از بیماری های قلبی- عروقی از جمله فشار خون می باشد. امروزه تمایل زیادی برای بررسی رابطه بین سفتی شریان ها و بیماری های قلبی- عروقی مشاهده می شود [۲] و برآورد این پارامتر نقش بسزایی در پیش بینی خطر ابتلا به بیماری های قلبی- عروقی

دارد [۳]. بر خلاف شاخص هایی همچون فشار نبض و فشار خون سیستولیک که نشانه های دیر هنگام آتروسکلروز می باشند، بررسی سفتی شریان ها می تواند اطلاعات زود هنگام در رابطه با خطر ابتلا به این بیماری ارائه دهد [۴]. شاخص های متعددی برای برآورد سفتی شریان ها ارائه شده است، از آن جمله می توان از شاخص سفتی شریانی، کامپلیانس، اتساع پذیری، شاخص افزایش و ضریب الاستیسیته نام برد. روش های متعدد تهاجمی و غیر تهاجمی

ویسکوالاستیسیته، ضریب الاستیسیته تعیین شده است [۱۱]. در این تحقیق از ضریب پواسون و کشیدگی طولی شریان صرف نظر شده است و سرعت موج فشار از روابط ساده شده و فراگیر مونس کرت وگ<sup>۱</sup> که مربوط به سیال غیرویسکوز است، استخراج شده است. همچنین در این روش لازم است اندازه گیری های سرعت و شعاع همزمان انجام گیرد. علاوه بر این روابط استفاده شده در تحقیق یاد شده مربوط به شریان باریک شونده است.

در این پژوهش ضریب الاستیسیته شریان کاروتید به عنوان شاخصی برای سفتی شریان ها به صورت غیر تهاجمی تخمین زده شده است. در این راستا ابتدا مدلی برای جریان ضربانی درون لوله های الاستیک معرفی شده است، سپس با استفاده از این مدل و با توجه به اطلاعات بالینی نظیر سرعت خون در خط مرکزی شریان، تغییرات قطر شریان، دوره تناوب سیکل قلبی و ضخامت شریان که همگی با استفاده از تکنیک تصویربرداری فراصوت داپلر برای شریان کاروتید مشترک راست اندازه گیری شده اند، دستگاه معادلاتی برای تعیین ضریب الاستیسیته شریان استخراج شده است و سپس این معادلات به روش تحلیلی حل و ضریب الاستیسیته برای داوطلب مورد آزمایش تخمین زده است.

## ۲- مواد و روشها

### الف - تئوری روش

- معادلات حاکم بر جریان ضربانی سیال درون لوله های الاستیک: با توجه به اینکه ابعاد اجزای خون در مقایسه با ابعاد شریان های بزرگ ناچیز است، فرض نیوتنی بودن سیال خون معقول خواهد بود [۸]. همچنین بر اساس محدوده سرعت های سیال خون و عدد رینولدز در شریان های بزرگ مانند کاروتید که کمتر از ۲۳۰۰ است، جریان خون آرام در

برای تعیین این شاخص ها معرفی شده است [۵ و ۲]. تعاریف متعددی از ضریب الاستیسیته در بافت های بیولوژیک وجود دارد که لزوما بر هم منطبق نمی باشند. ضریب الاستیسیته پترسون از تقسیم فشار پالس بر تغییرات نسبی قطر شریان محاسبه می شود [۶]. در حالی که ضریب الاستیسیته حاصل از روابط الاستیسیته در مکانیک بر اساس قوانین تعمیم یافته ی هوک، تنش ها و کرنش های ناشی از نیروهای مختلف بر روی دیواره به دست می آید [۸ و ۷]. ضریب الاستیسیته پترسون و مدول یانگ حاصل از آن بر پایه فرضیاتی از جمله دایم بودن جریان و غیرلزوج بودن خون بنا شده اند. همچنین برای تعیین ضریب الاستیسیته پترسون نیاز به اندازه گیری فشار می باشد. اندازه گیری فشار یکی از معضلات اساسی در استفاده از شاخص هایی همچون شاخص سفتی شریانی، کامپلیانس، اتساع پذیری و ضریب الاستیسیته پترسون است، چرا که اندازه گیری مستقیم و غیرتهاجمی فشار شریان های مرکزی ممکن نیست و شریان بازویی نیز نشانگر مناسبی از وضعیت شریان های مرکزی نمی باشد [۲]. تا کنون استفاده از مدل های دینامیکی حاکم بر جریان خون درون شریان ها و معادلات الاستیسیته حاکم بر دیواره شریان ها برای ارزیابی کلینیکی ضریب الاستیسیته دیواره شریان کمتر مورد توجه قرار گرفته است. Lagree با استفاده از معادلات ساده شده ناویر-استوکس (Navier-Stokes) بیان شده توسط Ling و Atabek [۹] روشی معکوس برای تعیین ضریب الاستیسیته و ویسکوزیته سیال ارایه نموده است. این تحقیق صرفا نظری بوده و به وسیله آزمایش های کلینیکی تایید و تکمیل نشده است [۱۰]. در تحقیق دیگری، گرادیان فشار بر اساس معادلات ناویر-استوکس و با استفاده از اطلاعات بالینی فراصوت مربوط به سرعت خون در خط مرکزی شریان کاروتید و تغییرات شعاع شریان تعیین شده است و سپس با توجه به معادلات الاستیسیته و

1 - Moens Korteweg

سینوسی بر حسب زمان ( $t$ ) می باشند. برای حل ساده معادلات، توابع به صورت تابع نمایی مختلط<sup>۱</sup> معرفی شده است [۸]:

$$p(x, r, t) = P(r) e^{i\omega(t-x/c)} \quad (4)$$

$$u(x, r, t) = U(r) e^{i\omega(t-x/c)} \quad (5)$$

$$v(x, r, t) = V(r) e^{i\omega(t-x/c)} \quad (6)$$

با توجه به فیزیک مساله، طول موج انتشار یافته ( $L$ ) خیلی بزرگتر از شعاع شریان ( $a$ ) است. با در نظر گرفتن این اصل و معادلات (۴) تا (۶) و تغییر متغیرهای (۷) تا (۹) و نیز اعمال شرایط مرزی، معادلات (۱) تا (۳) به صورت معادلات (۱۰) تا (۱۲) حل شده اند [۸]:

$$\Omega = \sqrt{\frac{\rho\omega}{\mu}} a \quad (7)$$

$$\Lambda = \left( \frac{i-1}{\sqrt{2}} \right) \Omega \quad (8)$$

$$\zeta = \Lambda \frac{r}{a} \quad (9)$$

$$U(r) = A J_0(\zeta) + B \left( \frac{1}{\rho c} \right) \quad (10)$$

$$V(r) = A \frac{i\omega a}{c\Lambda} J_1(\zeta) + B \left( \frac{i\omega r}{2\rho c^2} \right) \quad (11)$$

$$P(r) = B \quad (\text{constant}) \quad (12)$$

با توجه به اینکه دیواره های شریان الاستیک بوده و جابجا می شود، شرایط مرزی صفر بودن سرعت ها در دیواره دیگر صادق نیست، لذا برای حل این مشکل شعاع ختثایی برای لوله در نظر گرفته می شود که این شعاع ثابت است و می توان شرایط مرزی تقریبی شامل محدود بودن سرعت ها در خط مرکزی شریان و صفر بودن سرعت ها بر روی دیواره شریان را بر روی این شعاع ( $a$ ) اعمال نمود [۸].

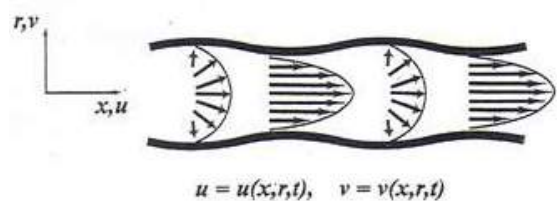
نظر گرفته میشود [۱۲]. در مطالعه حاضر شریان مستقیم و با سطح مقطع دایره ای و بدون اعمال نیروهای خارجی که باعث چرخش جریان می شوند، در نظر گرفته شده است. جریان سیال حول محور طولی شریان متقارن بوده و بنابراین سرعت های زاویه ای و همه مشتق های آن نادیده گرفته شده است. در ضمن به دلیل تغییرات اندک فشار خون، سیال خون تراکم ناپذیر در نظر گرفته می شود [۱۱]، لذا بر اساس این شرایط معادلات دو بعدی ناویر-استوکس و معادله پیوستگی در مختصات استوانه ای به صورت زیر بیان می گردد [۸]:

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{\partial P}{\partial r} = \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial P}{\partial x} = \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0 \quad (3)$$

در شکل (۱) نمای مشخصه های سرعت سیال در لوله ای الاستیک نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می شود سرعت ها تابعی از موقعیت های شعاعی، محوری و زمان هستند.



شکل ۱- پروفیل شماتیک سرعت در لوله الاستیک [۸]

با توجه به شرایط سیستم گردش خون فرض می شود توابع فشار و جریان در زمان و مکان نوسانی است. به عبارت دیگر در هر زمان مشخص توابع فشار و جریان سینوسی بر حسب موقعیت ( $x$ ) و در هر مکان مشخص

برآیند نیروهای وارد بر این عنصر در راستای محورهای مختصات باید برابر جرم در شتاب عنصر در آن جهت باشد. این امر منتهی به سه معادله حرکت در هر راستا می شود. در راستای زاویه ای به دلیل تقارن محوری جریان و همچنین عدم وجود نیروهای خارجی شتاب صفر است. از طرف دیگر رابطه تنش ها و کرنش ها از روابط (۱۳) تا (۱۵) تبعیت می کند. پس از اعمال روابط (۱۳) تا (۱۵) در معادلات حرکت، دو معادله نهایی (۱۶) و (۱۷) برای دیواره شریان به دست آمده است [۸]:

$$e_{xx} = \frac{1}{E} [S_{xx} - \sigma(S_{rr} + S_{\theta\theta})] \quad (13)$$

$$e_{rr} = \frac{1}{E} [S_{rr} - \sigma(S_{\theta\theta} + S_{xx})] \quad (14)$$

$$e_{\theta\theta} = \frac{1}{E} [S_{\theta\theta} - \sigma(S_{rr} + S_{xx})] \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial a^2} = \frac{E}{(1-\sigma^2)\rho_w} \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\sigma}{a} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) - \frac{1}{\rho_w h} \left( \frac{\mu A N_1(\Lambda)}{a} + \frac{\mu B \omega^2 a}{2\rho^3} \right) e^{i\omega(t-x/c)} \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{B}{\rho_w h} e^{i\omega(t-x/c)} - \frac{E}{(1-\sigma^2)\rho_w a} \left( \frac{\eta}{a} + \sigma \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \quad (17)$$

معادلات (۱۶) و (۱۷) فرم نهایی معادلات حاکم بر دیواره شریان می باشد.

- تلفیق معادلات جریان و دیواره: برای به دست آوردن ثابتهای A و B در معادلات (۱۰) تا (۱۲) لازم است معادلات حاکم بر سیال و دیواره در شعاع خنثای شریان (میانگین شعاع) با هم جفت شوند. بنابراین خواهیم داشت [۸]:

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = u(x, a, t) \quad (18)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = v(x, a, t) \quad (19)$$

فرض هم فرکانس بودن جابجایی شعاعی ( $\eta$ ) و محوری شریان ( $\xi$ ) با جریان، منطقی خواهد بود [۸]:

$$\xi(x, t) = C e^{i\omega(t-x/c)} \quad (20)$$

ثابت های A و B در معادلات (۱۰) تا (۱۲) با جفت کردن معادلات جریان و دیواره در شعاع خنثی ( $r=a$ ) و مطالعات بالینی به دست خواهند آمد.

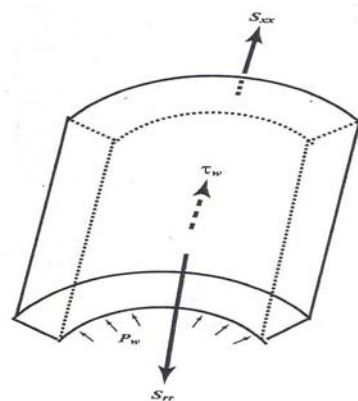
- معادلات حاکم بر دیواره شریان: ابتدا عنصری از دیواره را در نظر گرفته و نیروهای عملگر بر روی آن مورد بررسی قرار می گیرد و از تئوری الاستیسیته برای به دست آوردن معادلات در حد نیاز استفاده می شود. نیروهای عملگر بر روی این عنصر [۸]، که نتیجه چهار تنش مکانیکی (نیرو بر واحد سطح) است به صورت زیر بیان می شود (شکل ۲):

۱- نیروی حاصل از کشش محوری ( $S_{xx}$ )،

۲- نیروی شعاعی حاصل از تنش شعاعی ( $S_{rr}$ ) که نتیجه کشش زاویه ای روی دیواره شریان است. این نیرو به سمت مرکز شریان می باشد،

۳- فشار سیال داخل شریان ( $p_w$ ) که منجر به نیرویی در راستای مثبت شعاع می شود،

۴- تنش برشی ( $\tau_{rw}$ ) که بر اثر حرکت سیال داخل شریان، بر روی دیواره به وجود می آید و منجر به نیرویی در راستای حرکت جریان می شود.



شکل ۲- عنصری از دیواره شریان [۸]

بنابراین معادلات (۲۲) تا (۲۸) فرم نهایی معادلات حاکم بر دیواره شریان در جریان ضربانی خون را بیان می کنند.

### ب - تکمیل معادلات با استفاده از مطالعات آزمایشگاهی و بالینی:

برای تکمیل معادلات بخش های قبل لازم است مطالعات بالینی انجام گیرد. برای این منظور شریان کاروتید مشترک راست<sup>۱</sup> فرد داوطلب، در محل تقریباً ۲ سانتیمتر پایین تر از محل دو شاخه شدن شریان کاروتید مشترک به کاروتید داخلی و خارجی در هر دو مقطع طولی و عرضی توسط سیستم داپلر فراصوتی (GE logic 500MD, linear array) مرکز تصویربرداری بیمارستان امام خمینی تهران در محدوده فرکانس ۷/۵ مگاهرتز مورد مطالعه قرار گرفت. در چند سیکل قلبی فریم های متوالی از تصاویر فراصوتی B-mode در راستای طولی و سطح مقطع شریان توسط برد واسط videoblaster به رایانه منتقل گردید تا امکان ثبت تصویر و ذخیره سازی اطلاعات مربوط به تغییرات قطر و سطح مقطع شریان فراهم شود. علاوه بر آن تغییرات سرعت جریان خون و نیز فاصله زمانی هر سیکل قلبی توسط آنالیز طیفی شیفت فرکانسی داپلر حاصل شد و به صورت قابهای متوالی در رایانه ذخیره گردید. در هنگام تصویربرداری در لحظه های معین قطر شریان، ضخامت شریان، فاصله زمانی از سیستول تا سیستول بعدی (یک سیکل قلبی) و همچنین سرعت خون در خط مرکزی شریان، بوسیله دستگاه GE logic 500 MD اندازه گیری شد تا مقیاس تصاویر قابهای متوالی و بررسی به صورت خارج از شبکه در طول فرایند پردازش مقدور باشد.

$$\eta(x, t) = De^{i\omega(t-x/c)} \quad (21)$$

که در این روابط C و D دو ثابت مجهول جدید هستند. باید توجه داشت که حرکت دیواره لزوماً هم فاز با حرکت سیال نیست، زیرا این ثابت ها در حالت کلی مختلط هستند. با تلفیق معادلات (۱۶) تا (۲۱) و (۴) تا (۶) و انجام ساده سازی، چهار معادله زیر به دست می آید [۸]:

$$-\omega^2 C = \frac{E}{(1-\sigma^2)\rho_w} \left[ -\frac{\omega^2}{c^2} C + \frac{\sigma}{a} \left( \frac{-i\omega}{c} \right) D \right] + \left[ \frac{\mu \Lambda J_1(\Lambda)}{\rho_w h a} \right] A \quad (22)$$

$$0 = \frac{B}{\rho_w h} - \frac{E}{(1-\sigma^2)\rho_w a} \left[ \frac{D}{a} + \sigma \left( \frac{-i\omega}{c} \right) C \right] \quad (23)$$

$$i\omega C = J_0(\Lambda) A + \frac{B}{\rho c} \quad (24)$$

$$i\omega D = \frac{i\omega a J_1(\Lambda)}{c \Lambda} A + \frac{i\omega a}{2\rho c^2} B \quad (25)$$

اگر معادلات (۲۲) تا (۲۵) را به فرم خطی چهار معادله و چهار مجهول بنویسیم، شرط وجود جواب غیر صفر برای این دستگاه معادلات صفر بودن دترمینان ضرایب آن است. پس از انجام عملیات جبری خواهیم داشت [۸]:

$$\left[ (g-1)(\sigma^2-1) \right] z^2 + \left[ \frac{\rho_w h}{\rho a} (g-1) + \left( 2\sigma - \frac{1}{2} \right) g - 2 \right] z + \frac{2\rho_w h}{\rho a} + g = 0 \quad (26)$$

که در این رابطه:

$$z = \frac{Eh}{(1-\sigma^2)\rho a c^2} \quad (27)$$

$$g = \frac{2J_1(\Lambda)}{\Lambda J_0(\Lambda)} \quad (28)$$

1 - common carotid artery

بر آورد سفتی شریان با مدل سازی جریان خون

ضخامت دیواره شریان ( $h$ ) و دوره تناوب سیکل قلبی ( $T$ ) که با بررسی و پردازش تصاویر فراصوتی حاصل شد برابر است با:

$$h = 55 \times 10^{-5} \text{ m}$$

$$T = 660 \text{ m sec}$$

با توجه به اینکه در این مدل تغییرات قطر شریان نسبت به زمان، پریودیک در نظر گرفته شده است (رابطه ۲۱)، بنابراین شعاع خشی شریان ( $a$ ) حد بین ماکزیمم و مینیمم شعاع شریان در یک سیکل قلبی در نظر گرفته می شود. برای داوطلب مورد آزمایش شعاع خشتا ( $a$ ) ۳/۱۲۵ میلیمتر و حداکثر تغییرات شعاع شریان ( $D$ )، ۰/۴۷۵ میلیمتر حاصل شد. همچنین سرعت خون در خط مرکزی شریان نیز در سیستم و پایان دیاستول برای داوطلب مورد نظر بوسیله شیفت داپلر ثبت شده توسط دستگاه داپلر اولتراسونوگرافی GE logic 500MD تخمین زده شد. این اندازه به طور میانگین در سیستم ۸۱/۸ سانتیمتر بر ثانیه حاصل شد.

چهار معادله (۲۲) تا (۲۵)، تشکیل دستگاه معادلات همگن و خطی می دهند که ماتریس ضرایب آن  $4 \times 4$  با رتبه ۳ میباشد، که با حل این دستگاه تنها سه ثابت از چهار ثابت  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  به دست خواهد آمد. علاوه بر این ضریب الاستیسیته ( $E$ ) و سرعت موج ( $c$ ) نیز در این معادلات مجهول میباشد. با اضافه کردن معادلات (۲۶) و (۲۷) دو معادله و یک مجهول جدید ( $z$ ) اضافه خواهد شد و با در نظر گرفتن معادلات به دست آمده از مطالعات بالینی (۲۱) و (۲۹)، تعداد معادلات هفت معادله و تعداد مجهولات هفت مجهول خواهد شد. معادلات (۲۲) تا (۲۵) بر حسب  $D$  حل و به معادلات (۳۰) تا (۳۲) تبدیل می شوند:

$$A = \frac{c}{aJ_0(A)} \left[ \frac{2+z(2\sigma-1)}{g+\sigma z(g-1)} \right] D \quad (30)$$

$$B = \frac{\rho c^2}{a} \left[ \frac{z(g-2\sigma)}{g+\sigma z(g-1)} \right] D \quad (31)$$

پس از تصویربرداری از مقطع شریان کاروتید، فیلم بوسیله نرم افزار Virtual Dub 1.5.9<sup>1</sup> به صورت قاب به قاب بازیابی و به وسیله نرم افزار Capture Express 1.3.0.1<sup>2</sup> از هر قاب عکس برداری به عمل آمد. عکس ها توسط نرم افزار Photoshop 5.5<sup>3</sup> بازیابی و طبق مقیاس های به دست آمده، سرعت خون در خط مرکزی شریان، قطر شریان در هر زمان، ضخامت شریان و فاصله زمانی هر سیکل قلبی به طور متوسط اندازه گیری شد.

با توجه به معادلات (۵) و (۱۰) و اندازه گیری های سرعت خون در خط مرکزی شریان، معادله (۲۹) مربوط به سرعت خون در خط مرکزی شریان ( $r=0$ ) استخراج شده است:

$$U(0) = A + \frac{B}{\rho c} \quad (29)$$

این معادله با دقت مناسبی بیانگر دامنه ماکزیمم سرعت خون در خط مرکزی شریان می باشد. از طرف دیگر با توجه به اندازه گیری های قطر شریان در هر لحظه، میزان تغییرات قطر شریان ( $\eta$ ) نیز در دسترس است و بنابراین با توجه به معادله (۲۱)، ثابت  $D$  به عنوان حداکثر دامنه تغییر شعاع شریان، قابل اندازه گیری است.

### ۳- نتایج

با توجه به مطالعات بالینی عنوان شده، میانگین فاصله زمانی بین سیستول تا سیستول بعدی (دوره تناوب یک سیکل قلب) برای داوطلب مورد آزمایش ۰/۶۶ ثانیه اندازه گیری شد، در بازخوانی فیلم این زمان معادل ۱۷ قاب بود، بنابراین در این نمونه هر قاب معادل ۰/۳۸۸ ثانیه می باشد. با عکس برداری قاب به قاب از شریان و اندازه گیری قطر بوسیله نرم افزار Photoshop، اندازه قطر تقریباً در هر ۰/۰۴ ثانیه بدست آمد.

1 - Copyright © 1998-2003 by Avery Lee  
2 - ©1999-2003 Insight Software Solutions  
3 - © 1989-1999 Adobe Systems Incorporated

$$\rho_w = 1060 \frac{kg}{m^3} \quad \text{دانسیته جداره ی شریان: [۱۳]}$$

$$\mu = 0.003465 \frac{kg}{m.s} \quad \text{ویسکوزیته خون: [۱۳]}$$

$$\sigma = 0.45 \quad \text{ضریب پواسون: [۷]}$$

نتایج به دست آمده از حل معادلات هفت گانه در جدول ۲ آمده است. همانطور که مشاهده می شود میزان ضریب الاستیسیته بدست آمده برای داوطلب مورد آزمایش ۵۱۱۹۲ پاسکال می باشد.

$$C = \frac{ic}{\omega a} \left[ \frac{z(1-g)-2}{g+\sigma z(g-1)} \right] D \quad (۳۲)$$

معادلات (۲۱)، (۲۶)، (۲۷)، (۲۹) و (۳۰) تا (۳۲)، تشکیل یک دستگاه هفت معادله و هفت مجهول می دهد که با حل تحلیلی آن، مجهولات هفت گانه  $(A, B, C, D, E, c, z)$  به دست خواهند آمد. ثابت های به کار رفته برای حل معادلات ارایه شده، عبارتند از:

$$\rho = 1050 \frac{kg}{m^3} \quad \text{دانسیته خون: [۱۳]}$$

جدول ۲- پارامترهای حاصل از حل دستگاه هفت معادله و هفت مجهول از اطلاعات ثبت شده مرد ۲۰ ساله سالم

پارامتر معادله [۲۷]	سرعت موج $c \left( \frac{m}{s} \right)$	ضریب الاستیسیته $E (Pa)$	ثابت حل معادله $D (m)$	ثابت حل معادله $C (m)$	ثابت حل معادله $B (Pa)$	ثابت حل معادله $A \left( \frac{m}{s} \right)$
$-0.7146i$ $2/8841$	$1/8963 + 0.5884i$	$+21148i$ $51192$	$0.00048$	$0.0067 - 0.106i$	$1472/1 + 511/2i$	$0.078 - 0.25i$

#### ۴- بحث و نتیجه گیری

معادلات بوسیله مطالعات بالینی، روش غیر تهاجمی برای تعیین ضریب الاستیسیته ارائه شده است. مطالعاتی که بر اساس مدل سازی جریان خون و دیواره، با استفاده از روابط الاستیسیته انجام شده است، به مراتب کمتر از روش های دیگر است. در اکثر مقالات محدوده ضریب الاستیسیته ۱۰ تا ۱۰۰ کیلوپاسکال برای افراد سالم عنوان شده است [۷ و ۱۴]. در مرجع دیگر با صرف نظر کردن از ضریب پواسون و کشیدگی طولی شریان و نیز تعیین سرعت موج نبض بر اساس سیال غیر ویسکوز، ضریب الاستیسیته حدود ۱۳۷-۱۸۶ کیلوپاسکال برآورد گردید [۱۱].

در این تحقیق بر خلاف بسیاری از روش های تعیین سفتی شریان ها [۲]، اندازه گیری فشار انجام نشده است. اندازه گیری فشار یکی از مشکلات اساسی تحقیقات اینچنین

تعیین ضریب الاستیسیته به عنوان شاخصی از سفتی شریان ها می تواند پیش بینی کننده مستقلی برای خطر ابتلا به بیماری های قلبی-عروقی باشد. در علوم مرتبط به پزشکی بیشتر تلاش ها معطوف به یافتن روش های غیر تهاجمی است. خارج از مقالاتی که شاخص سفتی، کامپلیانس و انبساط پذیری را معادل ضریب الاستیسیته تعبیر می کنند، در مقالات مختلف بستگی به اینکه کدام تعریف یا تعبیر از ضریب الاستیسیته مد نظر باشد، محدوده اعداد به دست آمده برای ضریب الاستیسیته بسیار متفاوت خواهد بود. در این تحقیق با مدل سازی جریان خون درون شریان بر اساس معادلات ناویر-استوکس و همچنین مدل سازی دیواره شریان بر اساس معادلات الاستیسیته و تلفیق این دو مدل و تکمیل



## بر آورد سفتی شریان با مدل سازی جریان خون

روش آن است که نیاز به دانستن اطلاعات مربوط به سرعت خون و دیواره در هر لحظه و دانستن معادله سرعت-زمان و قطر- زمان نیست و فقط دامنه ماکزیمم سرعت و تغییرات شعاع اهمیت دارد و بنابراین نیازی به همفاز نمودن اندازه گیری ها که مشکل و وقت گیر است، نمی باشد.

از مزایای مهم دیگر این روش، امکان اجرای کلینیکی آن است. در کلیه بیمارستان های مجهز به دستگاه های تصویربرداری داپلر اولتراسونیک می توان مدل را به راحتی پیاده سازی نمود. بر اساس مدل دینامیکی حاضر، تاثیر سن و بیماری های مختلف از جمله آترواسکلروز را می توان بر روی پارامترهای الاستیک شریان مورد ارزیابی قرار داد.

بوده و هست زیرا روش استاندارد مستقیم و غیر تهاجمی برای اندازه گیری فشار شریان های مرکزی وجود ندارد [۱۵]. همچنین به جای شریان بازویی که کمتر بیانگر وضعیت قلب و شریان های مرکزی است، شریان کاروتید مبنا قرار گرفته است [۲]. در این مطالعه اندازه گیری ضخامت شریان، دوره تناوب سیکل قلب، میزان جابجایی دیواره، قطر شریان و سرعت خون در خط مرکزی شریان بوسیله تکنیک فراصوت داپلر که روشی معتبر و استاندارد می باشد، انجام گرفته است. از ویژگی های این تحقیق آن است که از ضرایب پواسون و کشیدگی طولی شریان صرف نظر نشده است. همچنین سرعت موج فشار از روابط ساده شده و فراگیر مونس کورت و گ که مربوط به سیال غیرویسکوز است، استخراج نشده و از روابط مربوط به سیال ویسکوز استفاده شده است. حسن دیگر این

## منابع

1. Hoskins P R, Fish P J, McDicken W N, Moran C. Developments in cardiovascular ultrasound. Part 2: arterial applications. *Med Biol Eng Comput* 1998; 36: 259-269.
2. Mackenzie I S, Wilkinson I B, Cockcroft J R. Assessment of arterial stiffness in clinical practice. *Q J Med* 2002; 95: 67-74.
3. Cohn J N, Duprez D A, Grandits G A. Arterial elasticity as part of a comprehensive assessment of cardiovascular risk and drug treatment. *Hypertension* 2005; 46: 217-220.
4. Izzo J L, Shykoff B E. Arterial stiffness: clinical relevance measurement and treatment. *Rev Cardiovasc Med* 2001; 2: 29-40.
5. Mahmud A, Feely J. Antihypertensive drugs and arterial stiffness. *Expert Rev Cardiovas Ther* 2003; 1: 65-78.
6. Liao D, Arnett D K, Tyroler H A, Riley W A, Chambless L E, Szklo M, Heiss G. Arterial stiffness and the development of hypertension the ARIC study. *Hypertension* 1999; 34: 201-206.
7. Fromageau J, Brusseau E, Vray D, Gimenez G, Delachartre p. Characterization of PVA cryogel for intravascular ultrasound elasticity imaging. *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control* 2003; 50: 1318-1324.

8. Zamir M. The physics of pulsatile flow. 2000 Springer-Verlag New York, Inc. chap. 5: 113-145.
9. Ling S C, Atabek H B. A nonlinear analysis of pulsatile flow in arteries. J F M 1972; 55: 493.
10. Lagrée P Y. An inverse technique to deduce the elasticity of a large artery. Eur Phys J AP 2000; 9: 153-163.
11. Khooshkar A, Maerefat M, Mokhtari-Dizaji M. Suggesting a new model for arterial pressure gradient by measuring the centre line velocity of using ultrasound method. Modarres Med Sci J 2005; 7: 41-48.
12. Fox R W, McDonald A T. Introduction to fluid mechanics. 4<sup>th</sup> ed, SI Version. John Wiley & Sons, INC. 1994; Chap 8: 304-387.
13. Duck FA. Physical properties of tissue: a comprehensive reference book. Academic Press 1990, Chap 5: 137-167.
14. Chandran K B, Mun J H, Choi K K, Chen J S, Hamilton A, Nagaraj A. A method for in-vivo analysis for regional arterial wall material property alterations with atherosclerosis: preliminary results. Med Eng Phys 2003; 25: 289-298.
15. Berbich L, Bensalah A, Flaud P, Benkirane R. Non-linear analysis of the arterial pulsatile flow: assessment of a model allowing a non-invasive ultrasonic functional exploration. Med Eng Phys 2001; 23: 175-183.